

PÁGINA 175

Las relaciones de proporcionalidad

1 ■■■ Indica los pares de magnitudes que son directamente proporcionales (D), los que son inversamente proporcionales (I) y los que no guardan proporcionalidad (X).

- a) El tiempo que está encendida una farola y la cantidad de energía que gasta.
- b) El número de páginas de un periódico y su precio.
- c) La velocidad de un tren y el tiempo que tarda en ir de Córdoba a Badajoz.
- d) El peso de un queso y su coste.
- e) El caudal de una fuente y el tiempo que tarda en llenar un cántaro.
- f) El número de asas de un jarro y su capacidad.

- a) D b) X c) I
 d) D e) I f) X

2 ■■■ Completa esta tabla de valores directamente proporcionales:

1	2	3	4	5	8	10	15
	5		10				

Escribe con estos valores tres pares de fracciones equivalentes.

1	2	3	4	5	8	10	15
2,5	5	7,5	10	12,5	20	25	37,5

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10}; \quad \frac{4}{10} = \frac{8}{20}; \quad \frac{8}{20} = \frac{10}{25}$$

3 ■■■ Completa esta tabla de forma que los pares de valores sean inversamente proporcionales:

1	5	10	15	20	30
	12	6			

Escribe con estos valores tres pares de fracciones equivalentes.

1	5	10	15	20	30
60	12	6	4	3	2

$$\frac{1}{5} = \frac{12}{60}; \quad \frac{10}{15} = \frac{4}{6}; \quad \frac{1}{20} = \frac{3}{60}$$

4 ■■■ Calcula en cada caso el término desconocido:

a) $\frac{6}{10} = \frac{30}{x}$ b) $\frac{21}{24} = \frac{28}{x}$ c) $\frac{17}{24} = \frac{51}{x}$ d) $\frac{14}{21} = \frac{x}{69}$ e) $\frac{x}{63} = \frac{65}{91}$

f) $\frac{39}{x} = \frac{13}{17}$ g) $\frac{x}{18} = \frac{18}{81}$ h) $\frac{5}{9} = \frac{1}{x}$ i) $\frac{3}{2,4} = \frac{35}{x}$ j) $\frac{0,63}{0,56} = \frac{2,7}{x}$

a) 50 b) 32 c) 72 d) 46 e) 45
f) 51 g) 4 h) 1,8 i) 28 j) 2,4

P Problemas de proporcionalidad

5 ■■■ Resuelve mentalmente.

- Dos cajas de galletas cuestan 4 €. ¿Cuánto costarán tres cajas?
 - Doscientos gramos de mortadela cuestan 1,80 €. ¿Cuánto cuestan 300 gramos?
 - Dos jardineros siegan un parque en 3 horas. ¿Cuánto tardaría uno solo? ¿Y tres jardineros?
 - Un ciclista, a 20 km/h, tarda 30 minutos en cubrir cierto recorrido. ¿Cuánto tardará una moto a 60 km/h?
- a) 6 €
b) 2,70 €
c) Un jardinero tardará 6 h. Tres jardineros tardarán 2 h.
d) La moto tardará 10 minutos.

6 ■■■ Cuatro cajas de galletas pesan 2,4 kg. ¿Cuánto pesarán cinco cajas iguales a las anteriores?

CAJAS	→	KILOS
4	→	2,4
5	→	x

Son magnitudes directamente proporcionales. Así:

$$\frac{4}{5} = \frac{2,4}{x} \rightarrow x = \frac{5 \cdot 2,4}{4} = 3$$

Las 5 cajas pesan 3 kg.

7 ■■■ Una fuente arroja 42 litros de agua en 6 minutos. ¿Cuántos litros arrojará en 15 minutos?

MINUTOS	→	LITROS
6	→	42
15	→	x

Son magnitudes directamente proporcionales. Así:

$$\frac{6}{15} = \frac{42}{x} \rightarrow x = \frac{15 \cdot 42}{6} = 105$$

Arroja 105 l de agua.

- 8** ■■■ Dispongo de tres grifos iguales para llenar un depósito. Si abro uno, el depósito se llena en 12 minutos. ¿Cuánto tardará en llenarse si abro dos grifos? ¿Y si abro los tres?

Son magnitudes inversamente proporcionales:

- 2 grifos son el doble; por tanto, tardarán en llenarlo $12 : 2 = 6$ minutos.
- 3 grifos son el triple; por tanto, tardarán en llenarlo $12 : 3 = 4$ minutos.

- 9** ■■■ Cuatro segadores cortan un campo de heno en tres horas. ¿Cuánto tardará un solo segador? ¿Y seis segadores?

Son magnitudes inversamente proporcionales. Así:

- Un segador es un cuarto; por tanto, tardará $3 \cdot 4 = 12$ h.
- Seis segadores es 6 veces 1. Por tanto, tardarán $12 : 6 = 2$ h.

- 10** ■■■ Un empleado recibió la semana pasada 60 € por 5 horas extraordinarias de trabajo. ¿Cuánto recibirá esta semana por solo 3 horas?

<u>HORAS</u>		<u>EUROS</u>
5	—————→	60
3	—————→	x

Como son directamente proporcionales:

$$\frac{5}{3} = \frac{60}{x} \rightarrow x = \frac{3 \cdot 60}{5} = 36$$

Le darán 36 €.

- 11** ■■■ En una bodega con dos máquinas embotelladoras se envasa la cosecha de vino en 15 días. ¿Cuánto se tardaría teniendo una máquina más?

<u>MÁQUINAS</u>		<u>DÍAS</u>
2	—————→	15
3	—————→	x

Como son inversamente proporcionales:

$$\frac{2}{3} = \frac{x}{15} \rightarrow x = \frac{2 \cdot 15}{3} = 10$$

Tardarán 10 días.

- 12** ■■■ En un taller de confección se han fabricado 5 880 vestidos en 21 días. Si se mantiene el ritmo de producción, ¿cuántos vestidos se fabricarán en los próximos 15 días?

<u>DÍAS</u>		<u>VESTIDOS</u>
21	—————→	5 880
15	—————→	x

Como son directamente proporcionales:

$$\frac{21}{15} = \frac{5\,880}{x} \rightarrow x = \frac{15 \cdot 5\,880}{21} = 4\,200$$

Se fabricarán 4 200 vestidos.

- 13** ■■■ Un jardinero necesita 20 macetas para sembrar los bulbos que tiene si coloca 3 de ellos en cada maceta. ¿Cuántas necesitaría si colocase 4 bulbos en cada una?

Tiene un total de $20 \cdot 3 = 60$ bulbos, que puede sembrar en $\frac{60}{4} = 15$ macetas, de cuatro en cuatro.

PÁGINA 176

- 14** ■■■ Un besugo de un kilo y doscientos gramos ha costado 14,40 €. ¿Cuánto costará otro besugo de ochocientos gramos?

<u>KILOS</u>		<u>EUROS</u>
1,200	→	14,40
0,800	→	x

Son directamente proporcionales:

$$\frac{1,2}{0,8} = \frac{14,4}{x} \rightarrow x = \frac{0,8 \cdot 14,4}{1,2} = 9,6$$

Costará 9,60 €.

- 15** ■■■ Un autobús de línea, a 80 km/h, tarda 25 minutos en cubrir la distancia entre dos pueblos. ¿Cuánto tardaría si fuera a 100 km/h?

P. INVERSA	
<u>VELOCIDAD (km/h)</u>	<u>TIEMPO (min)</u>
80	→ 25
100	→ x

Como son inversamente proporcionales:

$$\frac{80}{100} = \frac{x}{25} \rightarrow x = \frac{80 \cdot 25}{100} = 20$$

Tardará 20 minutos.

- 16** ■■■ En el plano de una casa, el salón mide 10 cm de largo por 7 cm de ancho. Si en la realidad el largo es de 5 m, ¿cuál es la anchura del salón?

<u>LARGO (cm)</u>		<u>ANCHO (cm)</u>
10	→	7
500	→	x

Son directamente proporcionales:

$$\frac{10}{500} = \frac{7}{x} \rightarrow x = \frac{500 \cdot 7}{10} = 350$$

El ancho mide 350 cm = 3,5 m.

- 17** ■■■ Dos ciudades A y B separadas 85 km en la realidad, están a 34 cm de distancia en un plano. ¿Cuál será la distancia real entre otras dos ciudades M y N separadas 12 cm en el plano?

<u>PLANO (cm)</u>		<u>REALIDAD (cm)</u>
34	—————→	8 500 000
12	—————→	x

Son directamente proporcionales:

$$\frac{34}{12} = \frac{8\,500\,000}{x} \rightarrow x = \frac{12 \cdot 8\,500\,000}{34} = 3\,000\,000$$

Están a 3 000 000 cm = 30 km.

- 18** ■■■ Con un depósito de agua, se abastece una cuadra de 20 caballos durante 15 días. ¿Cuánto duraría el depósito si se vendieran 8 caballos?

<u>CABALLOS</u>		<u>DÍAS</u>
20	—————→	15
12	—————→	x

Son inversamente proporcionales:

$$\frac{20}{12} = \frac{x}{15} \rightarrow x = \frac{20 \cdot 15}{12} = 25$$

El depósito durará 25 días.

- 19** ■■■ Un jardinero, con su máquina cortacésped, siega una parcela de 200 metros cuadrados en 18 minutos. ¿Qué superficie puede segar en hora y media?

<u>MINUTOS</u>		<u>METROS CUADRADOS</u>
18	—————→	200
90	—————→	x

Son directamente proporcionales:

$$\frac{18}{90} = \frac{200}{x} \rightarrow x = \frac{90 \cdot 200}{18} = 1\,000$$

Podrá segar 1 000 m².

- 20** ■■■ Un grifo, con un caudal de 12 litros por minuto, ha tardado tres cuartos de hora en llenar un depósito. ¿Cuál deberá ser el caudal para llenar el mismo depósito en 20 minutos?

<u>MINUTOS</u>		<u>LITROS/MINUTO</u>
45	—————→	12
20	—————→	x

Son inversamente proporcionales:

$$\frac{45}{20} = \frac{x}{12} \rightarrow x = \frac{45 \cdot 12}{20} = 27$$

Se necesitan 27 l/min.

- 21** ■■■ Dos socios montan un negocio aportando 20 000 € y 15 000 €, respectivamente. Para compensar la diferencia, cada uno se compromete a trabajar un número de horas inversamente proporcional a la cantidad aportada.

Si el primero dedica al negocio 3 horas al día, ¿cuántas horas al día debe dedicar el segundo?

<u>HORAS</u>		<u>EUROS</u>
3	—————>	20 000
x	—————>	15 000

Son inversamente proporcionales:

$$\frac{x}{3} = \frac{20\,000}{15\,000} \rightarrow x = \frac{3 \cdot 20\,000}{15\,000} = 4$$

El segundo socio debe trabajar 4 horas diarias.

- 22** ■■■ Un empresario premia a tres empleados con un incentivo económico directamente proporcional a los años de antigüedad en la empresa.

El mayor, que lleva 20 años, recibe 500 euros.

¿Cuánto recibirán los otros dos, que llevan en la empresa 15 años y 8 años, respectivamente?

<u>AÑOS</u>		<u>EUROS</u>
20	—————>	500
15	—————>	x
8	—————>	x

Son directamente proporcionales:

$$\frac{20}{15} = \frac{500}{x} \rightarrow x = \frac{15 \cdot 500}{20} = 375$$

$$\frac{20}{8} = \frac{500}{x} \rightarrow x = \frac{8 \cdot 500}{20} = 200$$

El segundo cobrará 375 €, y el tercero, 200 €.

- 23** ■■■ Copia y completa las casillas vacías, teniendo en cuenta los datos iniciales:

Cinco caballos, en cuatro días, consumen 60 kilos de pienso.

<u>CABALLOS</u>		<u>DÍAS</u>		<u>KILOS</u>
5	—————>	4	—————>	60 kg
5	—————>	1	—————>	<input type="text"/> kg
1	—————>	1	—————>	<input type="text"/> kg
8	—————>	1	—————>	<input type="text"/> kg
8	—————>	15	—————>	<input type="text"/> kg

<u>CABALLOS</u>		<u>DÍAS</u>		<u>KILOS</u>
5	→	4	→	60
5	→	1	→	$\frac{60}{4} = 15$
1	→	1	→	$\frac{15}{5} = 3$
8	→	1	→	$3 \cdot 8 = 24$
8	→	15	→	$24 \cdot 15 = 360$

24 ■■■ En un comedor escolar de 75 comensales, se han consumido 230 kilos de pescado en dos meses.

a) ¿Cuántos kilos de pescado consumirán 150 comensales en un mes?

b) ¿Cuántos kilos consumirán 150 comensales en tres meses?

<u>COMENSALES</u>		<u>MESES</u>		<u>KILOS</u>
75	→	2	→	230
75	→	1	→	$\frac{230}{2} = 115$
150	→	1	→	$115 \cdot 2 = 230$
150	→	3	→	$230 \cdot 3 = 690$

a) Consumirán 230 kg.

b) Consumirán 690 kg.

Porcentajes

25 ■■■ Calcula mentalmente.

a) 10% de 340

b) 10% de 4 800

c) 50% de 68

d) 50% de 850

e) 25% de 40

f) 25% de 2 000

g) 20% de 45

h) 20% de 500

i) 32% de 50

j) 80% de 50

a) 34

b) 480

c) 34

d) 425

e) 10

f) 500

g) 9

h) 100

i) 16

j) 40

26 ■■■ Calcula con lápiz y papel y, después, comprueba con la calculadora.

a) 15% de 360

b) 11% de 3 400

c) 8% de 175

d) 60% de 1 370

e) 45% de 18

f) 84% de 5 000

g) 150% de 80

h) 120% de 350

a) 54

b) 374

c) 14

d) 822

e) 8,1

f) 4 200

g) 120

h) 420

27 ■■■ Calcula y, si el resultado no es exacto, redondea a las unidades.

- | | | |
|------------------------|------------------------|----------------------------|
| a) 16% de 470 | b) 14% de 288 | c) 57% de 1 522 |
| d) 7% de 3 640 | e) 6% de 895 | f) 92% de 2 630 |
| g) 115% de 94 | h) 120% de 751 | |
| a) $75,2 \approx 75$ | b) $40,32 \approx 40$ | c) $867,54 \approx 868$ |
| d) $254,8 \approx 255$ | e) $53,7 \approx 54$ | f) $2 419,6 \approx 2 420$ |
| g) $108,1 \approx 108$ | h) $901,2 \approx 901$ | |

PÁGINA 177

28 ■■■ Completa cada casilla con un número decimal y, después, calcula el resultado:

- | | | |
|--|--|---------------------------|
| a) 20% de 560 = <input type="text"/> · 560 = ... | b) 16% de 1 250 = <input type="text"/> · 1 250 = ... | |
| c) 72% de 925 = <input type="text"/> · 925 = ... | d) 9% de 700 = <input type="text"/> · 700 = ... | |
| e) 2% de 650 = <input type="text"/> · 650 = ... | | |
| a) $0,2 \cdot 560 = 112$ | b) $0,16 \cdot 1 250 = 200$ | c) $0,72 \cdot 925 = 666$ |
| d) $0,09 \cdot 700 = 63$ | e) $0,02 \cdot 650 = 13$ | |

29 ■■■ Completa con el porcentaje adecuado en cada caso:

- | | |
|--|--|
| a) <input type="text"/> % de 70 = 35 | b) <input type="text"/> % de 230 = 115 |
| c) <input type="text"/> % de 800 = 200 | d) <input type="text"/> % de 370 = 37 |
| e) <input type="text"/> % de 56 = 5,6 | f) <input type="text"/> % de 30 = 6 |
| a) 50% de 70 = 37 | b) 50% de 230 = 115 |
| c) 25% de 800 = 200 | d) 10% de 370 = 37 |
| e) 10% de 56 = 5,6 | f) 20% de 30 = 6 |

30 ■■■ Calcula mentalmente.

- a) El 50% de un número es 16. ¿Cuál es el número?
 b) El 25% de un número es 9. ¿Cuál es el número?
 c) El 75% de un número es 15. ¿Cuál es el número?
 d) El 20% de un número es 7. ¿Cuál es el número?
- a) $16 \cdot 2 = 32$ b) $9 \cdot 4 = 36$ c) $(15 : 3) \cdot 4 = 20$ d) $7 \cdot 5 = 35$

31 ■■■ Calcula.

- a) El número cuyo 30% es 222.
 b) El tanto por ciento que hay que tomar de 390 para obtener 156.
- a) $\frac{222 \cdot 100}{30} = 740$ b) $\frac{156 \cdot 100}{390} = 40\%$

Problemas de porcentajes

- 32** ■■■ En mi clase somos 30, el 40% chicos y el 60% chicas. ¿Cuántos chicos y cuántas chicas hay en mi clase?

$$\text{Chicos} \rightarrow 30 \cdot 0,4 = 12$$

$$\text{Chicas} \rightarrow 30 \cdot 0,6 = 18$$

- 33** ■■■ En una caja hay cuatro docenas de bombones, de los que el 25% están envueltos en papel de plata. ¿Cuántos van envueltos?

$$25\% \text{ de } 48 = 6 \text{ bombones.}$$

- 34** ■■■ En una barriada viven 400 familias, de las que el 75% están pagando la hipoteca del piso. ¿Cuántas familias tienen hipoteca?

$$75\% \text{ de } 400 = 300 \text{ familias.}$$

- 35** ■■■ Un barco pesquero ha capturado dos toneladas de pescado, de las que el 35% es merluza. ¿Cuántos kilos de merluza lleva el barco?

$$35\% \text{ de } 2\,000 = 700 \text{ kilos de merluza.}$$

- 36** ■■■ El camión de reparto deja en el supermercado 580 cajas de leche. El 15% son de leche desnatada. ¿Cuántas cajas de leche desnatada se han recibido?

$$15\% \text{ de } 580 = 87 \text{ cajas de leche desnatada.}$$

- 37** ■■■ El banco me hace esta oferta: si deposito 4 000 euros durante un año, me dan un 4,5% de intereses. ¿Qué beneficio obtendría en la operación?

$$4,5\% \text{ de } 4\,000 = 180 \text{ € de beneficio.}$$

- 38** ■■■ Un equipo de baloncesto ha ganado esta temporada el 65% de los encuentros disputados. Sabiendo que ha ganado 52 partidos, ¿cuántos encuentros ha jugado en total?

$$\frac{52 \cdot 100}{65} = 80 \text{ partidos disputados.}$$

- 39** ■■■ Marisa ha tirado 20 veces a canasta y ha metido 12. ¿Cuál es su porcentaje de aciertos?

$$\frac{12 \cdot 100}{20} = 60\% \text{ de aciertos.}$$

- 40** ■■■ Un agencia de viajes saca en oferta un crucero de vacaciones y en la primera semana vende 156 plazas, lo que supone el 30% del total. ¿De cuántas plazas dispone el crucero?

$$\frac{156 \cdot 100}{30} = 520 \text{ plazas.}$$

- 41** ■■■ Un sofá que costaba 890 euros se ha rebajado un 40%. ¿Cuál es el precio tras la rebaja?

$$890 \cdot 0,60 = 534 \text{ €}.$$

- 42** ■■■ Un embalse tenía, al finalizar el verano, 2,4 hectómetros cúbicos de agua. En otoño las reservas han aumentado en un 25%. ¿Cuánta agua tiene al comenzar el invierno?

$$2,4 \cdot 1,25 = 3,6 \text{ hectómetros cúbicos}.$$

- 43** ■■■ Por un videojuego que costaba 60 € he pagado 48 €. ¿Qué porcentaje me han rebajado?

$$\text{Porcentaje pagado} = \frac{48 \cdot 100}{60} = 80\%$$

$$\text{Rebaja} \rightarrow 20\%$$

- 44** ■■■ He pagado 34 € por una camisa que estaba rebajada un 15%. ¿Cuánto costaba la camisa sin rebaja?

$$\text{La camisa costará } \frac{34 \cdot 100}{85} = 40 \text{ €}.$$

- 45** ■■■ Un mayorista compra un camión de 5 000 kg de melocotones, los selecciona y los envasa para venderlos al detalle. Si en la selección desecha un 15%, ¿cuántos kilos quedan para la venta?

$$\text{Quedarán el 85\% de los melocotones, es decir, } \frac{5\,000 \cdot 85}{100} = 4\,250 \text{ kg}.$$