

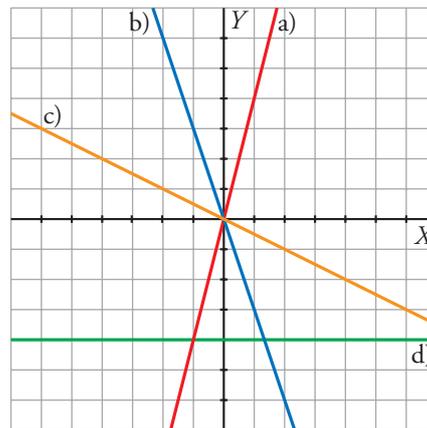
## PÁGINA 170

## PRACTICA

## Representación de rectas

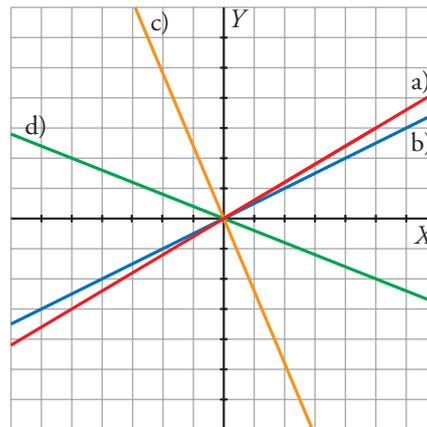
1 ■■■ Representa las rectas siguientes:

- a)  $y = 4x$
- b)  $y = -3x$
- c)  $y = -\frac{x}{2}$
- d)  $y = -4$



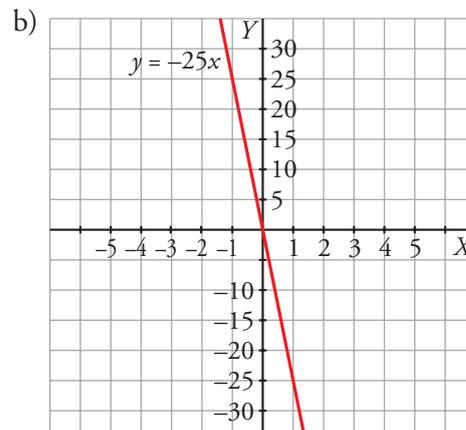
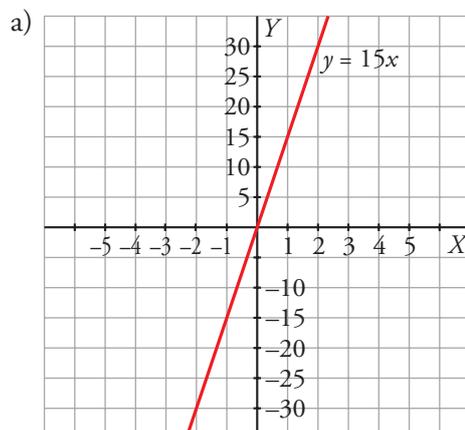
2 ■■■ Representa estas rectas:

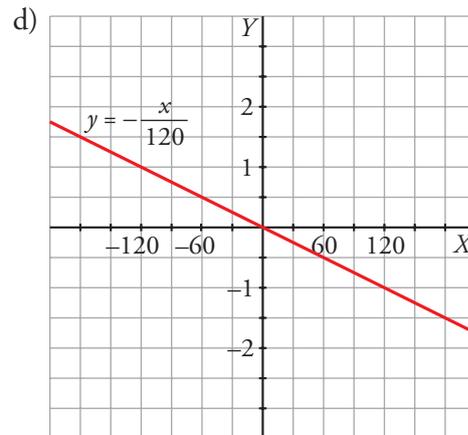
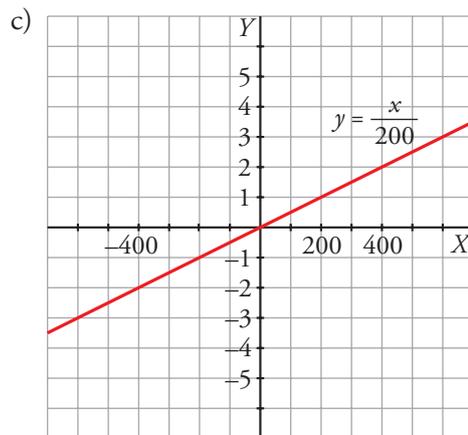
- a)  $y = 0,6x$
- b)  $y = \frac{1}{2}x$
- c)  $y = -2,4x$
- d)  $y = -\frac{2}{5}x$



3 ■■■ Representa las rectas siguientes, eligiendo una escala adecuada:

- a)  $y = 15x$
- b)  $y = -25x$
- c)  $y = \frac{x}{200}$
- d)  $y = -\frac{1}{120}x$





4 ■■■ Representa las rectas siguientes:

a)  $y = -2x + 1$

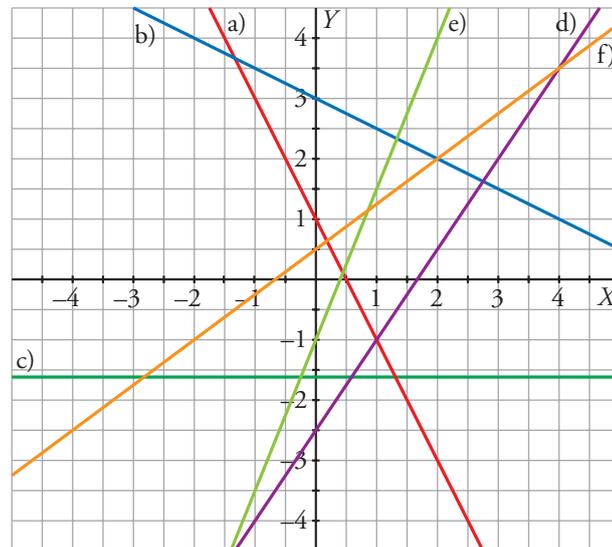
b)  $y = -\frac{x}{2} + 3$

c)  $y = -\frac{8}{5}$

d)  $y = \frac{3x - 5}{2}$

e)  $y = 2,5x - 1$

f)  $y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$



6 ■■■ Representa las rectas siguientes:

a)  $x + y = 5$

b)  $2x - y = -3$

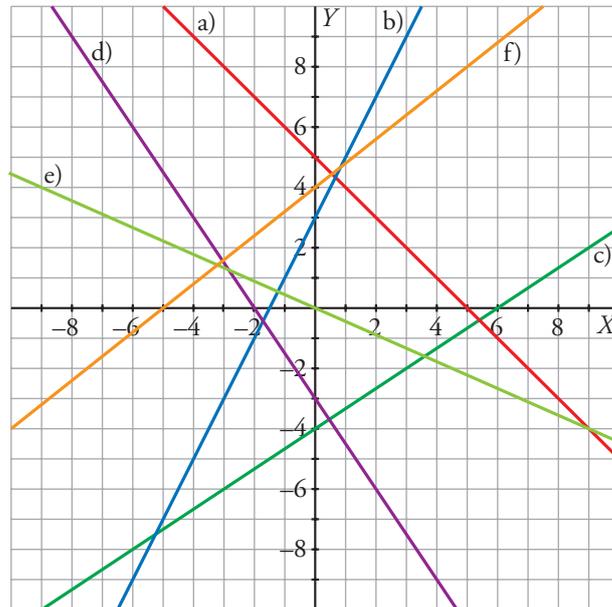
c)  $2x - 3y = 12$

d)  $3x + 2y = -6$

e)  $4x + 9y = 0$

f)  $4x - 5y + 20 = 0$

- a)  $y = 5 - x$   
 b)  $y = 2x + 3$   
 c)  $y = \frac{2}{3}x - 4$   
 d)  $y = -\frac{3}{2}x - 3$   
 e)  $y = -\frac{4}{9}x$   
 f)  $y = \frac{4}{5}x + 4$



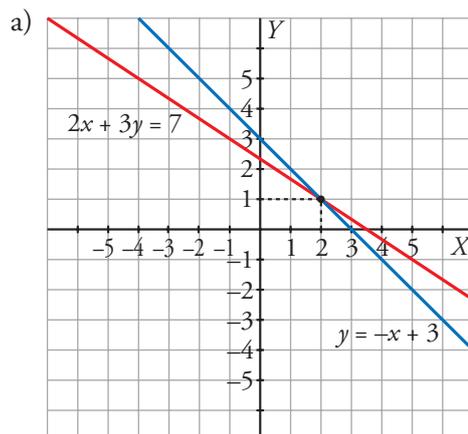
7 ■■■ Representa, en los mismos ejes, las dos rectas dadas en cada caso, y halla el punto en el que se cortan:

a)  $\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ y = -x + 3 \end{cases}$

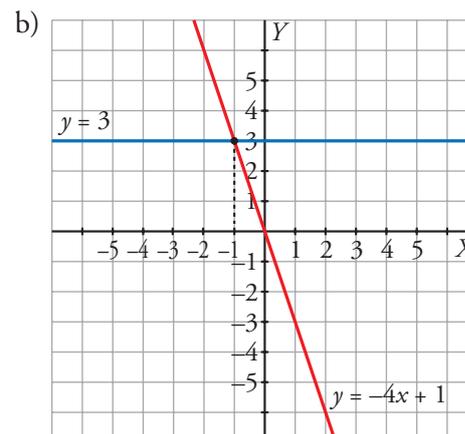
b)  $\begin{cases} y = -4x + 1 \\ y = 3 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} y = 1 - 3(x + 2) \\ 2x + y + 3 = 0 \end{cases}$

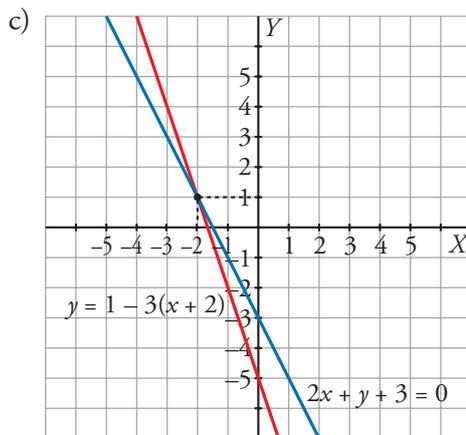
d)  $\begin{cases} x - y = 2 \\ 3x + y = 2 \end{cases}$



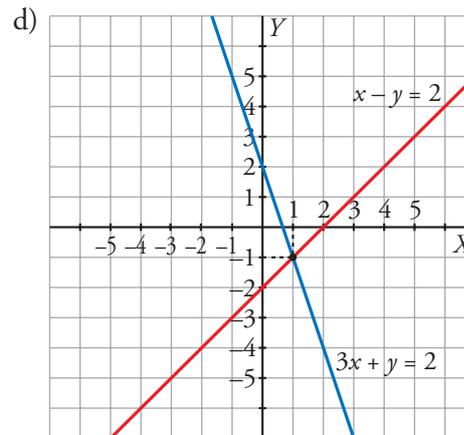
Punto de corte: (2, 1)



Punto de corte:  $\left(-\frac{1}{2}, 3\right)$



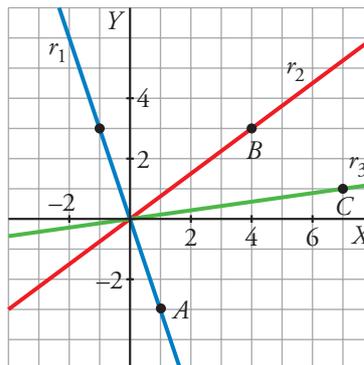
Punto de corte:  $(-2, 1)$



Punto de corte:  $(1, -1)$

### Ecuaciones de rectas

8 ■■■ Halla la pendiente y escribe la ecuación de las siguientes rectas:



Observa que  $r_1$ ,  $r_2$  y  $r_3$  corresponden a funciones de proporcionalidad por ser rectas que pasan por el origen de coordenadas.

- Pendiente de  $r_1$ : las coordenadas del punto  $A$  son  $(1, -3)$ ; por tanto:

$$m = \frac{-3}{1} = -3.$$

La ecuación de una función de proporcionalidad adopta la forma  $y = mx$ :

- Ecuación de  $r_1$ :  $y = -3x$
- Pendiente de  $r_2$ : las coordenadas de  $B$  son  $(4, 3)$ ; por tanto,  $m = \frac{3}{4}$ .
- Ecuación de  $r_2$ :  $y = \frac{3}{4}x$
- Pendiente de  $r_3$ : las coordenadas de  $C$  son  $(7, 1)$ ; por tanto,  $m = \frac{1}{7}$ .
- Ecuación de  $r_3$ :  $y = \frac{1}{7}x$

**9** ■■■ Halla la ecuación de la recta que pasa por el origen de coordenadas y por el punto  $P$  en cada uno de los casos siguientes:

a)  $P(12, -3)$     b)  $P\left(-2, \frac{3}{4}\right)$     c)  $P(-7, -21)$     d)  $P(30, 63)$

a)  $m = \frac{-3}{12} = \frac{-1}{4}$ ; por tanto,  $y = \frac{-1}{4}x$ .

b)  $m = \frac{3}{4} : (-2) = \frac{-3}{8}$ ; por tanto,  $y = \frac{-3}{8}x$ .

c)  $m = \frac{-21}{-7} = 3$ ; por tanto,  $y = 3x$

d)  $m = \frac{63}{30} = \frac{21}{10}$ ; por tanto,  $y = \frac{21}{10}x$

## PÁGINA 171

**10** ■■■ Halla la ecuación de la función de proporcionalidad que pasa por el punto  $(-5, 25)$ .

Por ser la ecuación de una función de proporcionalidad sabemos que la recta pasa por el origen de coordenadas.

Además, por pasar por el punto  $(-5, 25)$  la pendiente de la resta es:  $m = \frac{-25}{5} = -5$ .

Por tanto, la ecuación de la recta es:  $y = -5x$ .

**11** ■■■ Escribe la ecuación de la recta de la que conocemos un punto y la pendiente, en cada uno de los casos siguientes:

a)  $P(-2, 5)$ ,  $m = 3$

b)  $P(1, -5)$ ,  $m = -2$

c)  $P(-7, 2)$ ,  $m = \frac{3}{2}$

d)  $P(-2, -4)$ ,  $m = -\frac{2}{3}$

En todos los casos, utilizamos la ecuación punto-pendiente de la recta:

a)  $y = 5 + 3(x + 2)$

b)  $y = -5 - 2(x - 1)$

c)  $y = 2 + \frac{3}{2}(x + 7)$

d)  $y = -4 - \frac{2}{3}(x + 2)$

**12** ■■■ Escribe las rectas del ejercicio anterior en forma general.

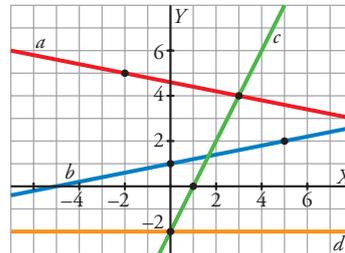
a)  $y = 5 + 3(x + 2) = 5 + 3x + 6 = 11 + 3x \rightarrow 3x - y = -11$

b)  $y = -5 - 2(x - 1) = -5 - 2x + 2 = -3 - 2x \rightarrow 2x + y = -3$

c)  $y = 2 + \frac{3}{2}(x + 7) \rightarrow 2y = 4 + 3(x + 7) = 4 + 3x + 21 = 25 + 3x \rightarrow$   
 $\rightarrow 3x - 2y = -25$

d)  $y = -4 - \frac{2}{3}(x + 2) \rightarrow 3y = -12 - 2(x + 2) = -12 - 2x - 4 = -16 - 2x \rightarrow$   
 $\rightarrow 2x + 3y = -16$

14 ■■■ a) Escribe la ecuación de cada recta:



b) ¿Cuáles de ellas son funciones crecientes y cuáles decrecientes? Comprueba el signo de la pendiente en cada caso.

a)  $a$ : Pasa por  $(-2, 5)$  y  $(3, 4)$ :  $m = \frac{4 - 5}{3 - (-2)} = \frac{-1}{5}$

Ecuación:  $y = 5 - \frac{1}{5}(x + 2)$

$b$ : Ordenada en el origen: 1.

Pendiente: cuando  $x$  aumenta 5,  $y$  aumenta 1  $\rightarrow m = \frac{1}{5}$

Ecuación:  $y = 1 + \frac{1}{5}x$

$c$ : Ordenada en el origen:  $-2$ .

Pendiente: cuando  $x$  aumenta 1,  $y$  aumenta 2  $\rightarrow m = \frac{2}{1} = 2$

Ecuación:  $y = -2 + 2x$

$d$ : Recta de pendiente 0 que pasa por  $(0, -2)$ .

Ecuación:  $y = -2$

b)  $a$ :  $m = -\frac{1}{5}$ , pendiente negativa. Función decreciente.

$b$ :  $m = \frac{1}{5}$ , pendiente positiva. Función creciente.

$c$ :  $m = 2$ , pendiente positiva. Función creciente.

$d$ :  $m = 0$ . Función constante, ni crece ni decrece.

15 ■■■ Halla la pendiente de la recta que pasa por los puntos  $A$  y  $B$ , y escribe su ecuación en cada uno de los casos siguientes:

a)  $A(2, -1)$ ,  $B(3, 4)$

b)  $A(-5, 2)$ ,  $B(-3, 1)$

c)  $A(-7, -2)$ ,  $B(9, -3)$

d)  $A(0, 6)$ ,  $B(-3, 0)$

e)  $A\left(\frac{3}{2}, 2\right)$ ,  $B\left(1, \frac{2}{3}\right)$

f)  $A\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$ ,  $B\left(\frac{1}{3}, 1\right)$

a) Pendiente:  $m = \frac{4 - (-1)}{3 - 2} = 5$

Ecuación:  $y = -1 + 5(x - 2)$

b) Pendiente:  $m = \frac{1 - 2}{-3 - (-5)} = \frac{-1}{2}$

Ecuación:  $y = 2 - \frac{1}{2}(x + 5)$

c) Pendiente:  $m = \frac{-3 - (-2)}{9 - (-7)} = \frac{-1}{16}$

Ecuación:  $y = -2 - \frac{1}{16}(x + 7)$

d) Pendiente:  $m = \frac{0 - 6}{-3 - 0} = 2$

Ecuación:  $y = 6 + 2x$

e) Pendiente:  $m = \frac{\frac{2}{3} - 2}{1 - \frac{3}{2}} = \frac{\frac{-4}{3}}{\frac{-1}{2}} = \frac{8}{3}$

Ecuación:  $y = 2 + \frac{8}{3}\left(x - \frac{3}{2}\right)$

f) Pendiente:  $m = \frac{1 - \frac{3}{4}}{\frac{1}{3} - \left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{5}{6}} = \frac{3}{10}$

Ecuación:  $y = \frac{3}{4} + \frac{3}{10}\left(x + \frac{1}{2}\right)$

**16** ■■■ Asocia cada una de las rectas  $r$ ,  $s$ ,  $t$ ,  $p$  y  $q$  a una de las ecuaciones que aparecen debajo:

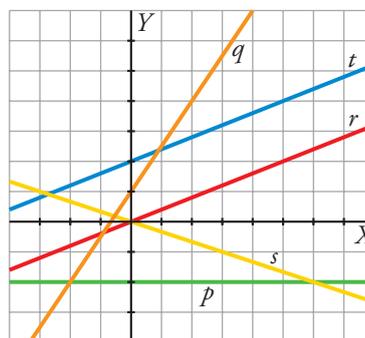
a)  $y = -\frac{1}{3}x$

b)  $y = \frac{3}{2}x + 1$

c)  $y = \frac{2}{5}x$

d)  $y = \frac{2}{5}x + 2$

e)  $y = -2$



a)  $y = -\frac{1}{3}x$  es la recta  $s$ .

b)  $y = \frac{3}{2}x + 1$  es la recta  $q$ .

c)  $y = \frac{2}{5}x$  es la recta  $r$ .

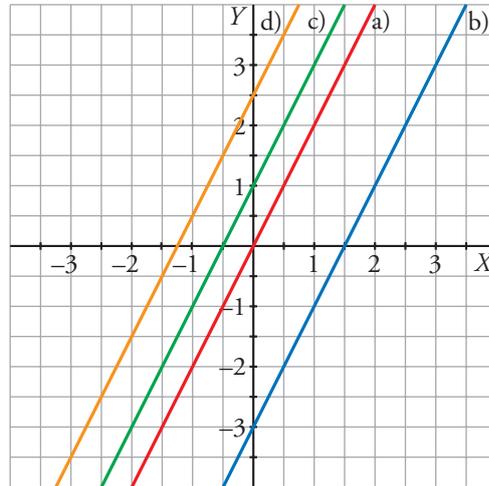
d)  $y = \frac{2}{5}x + 2$  es la recta  $t$ .

e)  $y = -2$  es la recta  $p$ .

- 17 ■■■ Di cuál es la pendiente de cada una de estas rectas. Después, representa todas ellas en los mismos ejes y observa la relación que hay entre sus gráficas. ¿Qué conclusión sacas?

a)  $y = 2x$       b)  $y = 2x - 3$       c)  $2x - y + 1 = 0$       d)  $4x - 2y + 5 = 0$

- a)  $m = 2$   
 b)  $m = 2$   
 c)  $m = 2$   
 d)  $m = 2$



Las cuatro rectas son paralelas.

Concluimos que las rectas que tienen la misma pendiente o son paralelas o son coincidentes.

## PÁGINA 172

- 18 ■■■ Escribe la ecuación de cada una de estas rectas y represéntalas:

- a) Pasa por  $(-3, 2)$  y  $(1, -4)$ .  
 b) Pasa por  $(\frac{2}{5}, -1)$  y su pendiente es  $-\frac{1}{2}$ .  
 c) Pasa por el punto  $(2, 1)$  y su ordenada en el origen vale  $-3$ .  
 d) Pasa por  $(2, -4)$  y es paralela a  $y = 3x$ .  
 e) Es paralela al eje  $X$  y pasa por el punto  $(-2, -4)$ .  
 f) Es paralela al eje  $Y$  y pasa por el punto  $(-2, -4)$ .

👁️ Dos rectas paralelas tienen la misma pendiente.

$$a) m = \frac{-4 - 2}{1 - (-3)} = \frac{-6}{4} = \frac{-3}{2}$$

$$\text{Ecuación de la recta: } y = 2 - \frac{3}{2}(x + 3)$$

$$b) \text{ Ecuación de la recta: } y = -1 - \frac{1}{2}\left(x - \frac{2}{5}\right)$$

$$c) m = \frac{1 - (-3)}{2 - 0} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\text{Ecuación de la recta: } y = -3 + 2x$$

d) Como es paralela a  $y = 3x$ , tenemos que  $m = 3$ .

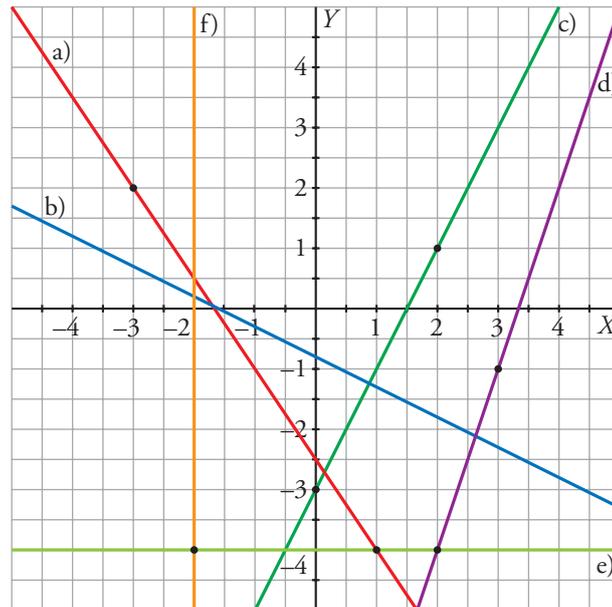
Ecuación de la recta:  $y = -4 + 3(x - 2)$

e) Como es paralela al eje  $X$ , para cualquier valor de  $x$ ,  $y$  tiene el mismo valor.

Ecuación de la recta:  $y = -4$

f) Como es paralela al eje  $Y$ , el valor de  $x$  permanece constante.

Ecuación de la recta:  $x = -2$



**19** ■■■ a) Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto  $(2, -1)$  y es paralela a la que pasa por los puntos  $(3, 0)$  y  $(2, 5)$ .

b) Con la recta que has obtenido en el apartado anterior, obtén el valor de  $y$  cuando  $x = -1$ .

c) Con la recta obtenida en el apartado a), halla el valor de  $x$  cuando  $y = 0$ .

a) Pendiente de la recta que pasa por  $(3, 0)$  y  $(2, 5)$ :  $m = \frac{5-0}{2-3} = -5$ .

Como son paralelas, la recta que pasa por  $(2, -1)$  tiene la misma pendiente.

Ecuación de la recta:  $y = -1 - 5(x - 2)$

b)  $x = -1 \rightarrow y = -1 - 5(-1 - 2) = 14 \rightarrow y = 14$

c)  $y = 0 \rightarrow 0 = -1 - 5(x - 2) \rightarrow x = \frac{9}{5}$

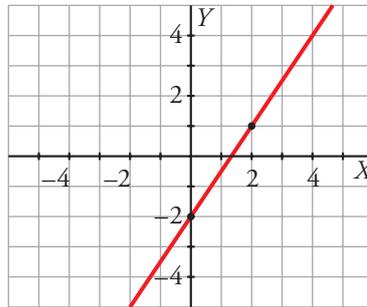
### Puntos de una recta

**21** ■■■ Comprueba que el punto  $(23, 74)$  pertenece a la recta  $y = 4x - 18$ .

$x = 23 \rightarrow y = 4 \cdot 23 - 18 = 74$

El punto  $(23, 74)$  sí que pertenece a la recta  $y = 4x - 18$ .

**22**    Averigua si la recta siguiente pasa por el punto (240, 358):



Ecuación de la recta:  $y = -2 + \frac{3}{2}x$

$$x = 240 \rightarrow y = -2 + \frac{3}{2} \cdot 240 = 358$$

El punto (240, 358) sí que pertenece a la recta.

**23**    Considera estas rectas:

$$r: 5x - 2y = -16 \quad s: y = \frac{7}{3}x + 8 \quad t: y = 7 + \frac{2}{3}(x - 4)$$

Averigua cuál de ellas pasa por cada uno de los siguientes puntos:

$$P(15, 43), \quad Q\left(-\frac{3}{2}, \frac{10}{3}\right), \quad R(-20, -42)$$

$$r: P(15, 43) \rightarrow 5 \cdot 15 - 2 \cdot y = -16 \rightarrow y = \frac{91}{2} \neq 43$$

$$Q\left(-\frac{3}{2}, \frac{10}{3}\right) \rightarrow 5 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) - 2 \cdot y = -16 \rightarrow y = \frac{17}{4} \neq \frac{10}{3}$$

$$R(-20, -42) \rightarrow 5 \cdot (-20) - 2y = -16 \rightarrow y = -42$$

La recta  $r$  pasa por el punto  $R(-20, -42)$ .

$$s: P(15, 43) \rightarrow y = \frac{7}{3} \cdot 15 + 8 \rightarrow y = 43$$

$$Q\left(-\frac{3}{2}, \frac{10}{3}\right) \rightarrow y = \frac{7}{3} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) + 8 \rightarrow y = \frac{9}{2} \neq \frac{10}{3}$$

$$R(-20, -42) \rightarrow y = \frac{7}{3} \cdot (-20) + 8 \rightarrow y = \frac{-116}{3} \neq -42$$

La recta  $s$  pasa por el punto  $P(15, 43)$ .

$$t: P(15, 43) \rightarrow y = 7 + \frac{2}{3}(15 - 4) \rightarrow y = \frac{43}{3} \neq 43$$

$$Q\left(-\frac{3}{2}, \frac{10}{3}\right) \rightarrow y = 7 + \frac{2}{3}\left(-\frac{3}{2} - 4\right) \rightarrow y = \frac{10}{3}$$

$$R(-20, -42) \rightarrow y = 7 + \frac{2}{3}(-20 - 4) \rightarrow y = -9 \neq -42$$

La recta  $t$  pasa por el punto  $Q\left(-\frac{3}{2}, \frac{10}{3}\right)$ .

**24** ■■■ Calcula  $c$  para que la recta  $3x - 5y = c$  pase por el punto  $(-2, 4)$ .

El punto  $(-2, 4)$  tiene que verificar la ecuación de la recta. Por tanto:

$$3 \cdot (-2) - 5 \cdot 4 = c \rightarrow c = -26$$

**25** ■■■ Calcula  $b$  para que la recta  $2x + by = -11$  pase por el punto  $(2, -5)$ .

El punto  $(2, -5)$  tiene que verificar la ecuación de la recta. Por tanto:

$$2 \cdot 2 + b \cdot (-5) = -11 \rightarrow b = 3$$

### Pendiente y ordenada en el origen

**27** ■■■ Halla la pendiente y la ordenada en el origen de cada una de las rectas siguientes:

a)  $-5x + 8y = 3$       b)  $4x - 7y = -8$       c)  $3y = 12$       d)  $6x - 2y - 3 = 0$

a)  $-5x + 8y = 3 \rightarrow 8y = 3 + 5x \rightarrow y = \frac{3}{8} + \frac{5}{8}x$

Pendiente:  $m = \frac{5}{8}$

Ordenada en el origen:  $n = \frac{3}{8}$

b)  $4x - 7y = -8 \rightarrow 4x + 8 = 7y \rightarrow y = \frac{8}{7} + \frac{4}{7}x$

Pendiente:  $m = \frac{4}{7}$

Ordenada en el origen:  $n = \frac{8}{7}$

c)  $3y = 12 \rightarrow y = 4$

Pendiente:  $m = 0$

Ordenada en el origen:  $n = 4$

d)  $6x - 2y - 3 = 0 \rightarrow 6x - 3 = 2y \rightarrow y = 3x - \frac{3}{2}$

Pendiente:  $m = 3$

Ordenada en el origen:  $n = -\frac{3}{2}$

### PIENSA Y RESUELVE

**28** ■■■ En cada caso, escribe la función y di el significado de la pendiente:

a) El precio de  $x$  kilos de patatas, si pagué 2,25 € por 5 kg.

b) Los gramos que hay en  $x$  kg.

c) El precio de un artículo que costaba  $x$  euros, si se ha rebajado un 15%.

a)  $2,25 = m \cdot 5 \rightarrow m = 0,45$

Ecuación:  $y = 0,45 \cdot x$

La pendiente de la función es el precio de 1 kilo de patatas.

b) Ecuación:  $y = 1\,000 \cdot x$

La pendiente de la función es el número de granos que hay en 1 kilo.

c)  $1 - 0,15 = 0,85$

Ecuación:  $y = 0,85x$

La pendiente de la función es el valor de 1 € después de la rebaja.

## PÁGINA 173

**29**    Comprueba si existe alguna recta que pase por los puntos siguientes:

$$A(1, 1) \quad B(-1, -2) \quad C(65, 97)$$

Para ello, halla la ecuación de la recta que pasa por  $A$  y por  $B$ , y prueba después si el punto  $C$  pertenece o no a esa recta.

Ecuación de la recta que pasa por  $A$  y  $B$ :

$$m = \frac{-2 - 1}{-1 - 1} = \frac{3}{2}$$

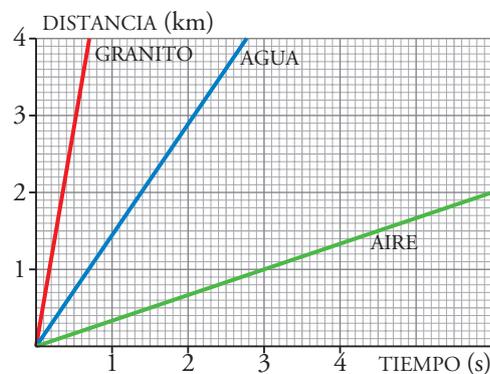
$$\text{Ecuación: } y = 1 + \frac{3}{2}(x - 1)$$

Vemos si el punto  $C$  pertenece a la recta, es decir, cumple la ecuación:

$$y = 1 + \frac{3}{2}(65 - 1) \rightarrow y = 97 \rightarrow C \text{ sí que pertenece a la recta.}$$

Por tanto, los puntos  $A$ ,  $B$  y  $C$  están alineados.

**30**    Las gráficas siguientes muestran la distancia que recorre el sonido dependiendo del tiempo, al propagarse a través de diferentes medios:



a) Halla la pendiente de cada una y explica su significado.

b) Escribe sus ecuaciones.

a) Aire: Pendiente:  $m = \frac{1}{3}$

La pendiente indica que cada 3 segundos, el sonido recorre 1 kilómetro. Es decir, la velocidad del sonido en el aire es de  $0,3\overline{3}$  km/s.

Agua: Pendiente:  $m = \frac{1,4}{1} = 1,4$

La pendiente indica que cada segundo, el sonido recorre 1,4 kilómetros. Es decir, la velocidad del sonido en el agua es de 1,4 km/s.

Granito: Pendiente:  $m = \frac{1,7}{0,3} = \frac{17}{3} = 5,6\overline{6}$

La pendiente indica que cada 3 segundos el sonido recorre 17 kilómetros. Es decir, la velocidad del sonido en el granito es de  $5,6\overline{6}$  km/s.

b) Aire:  $y = \frac{1}{3}x$

Agua:  $y = 1,4x$

Granito:  $y = \frac{17}{3}x$

**31** ■■■ Israel y Susana, para su próximo viaje a Estados Unidos, han ido a cambiar euros por dólares. A Susana le han cambiado 189 dólares por 150 euros; y a Israel le han cambiado 151,2 dólares por 120 euros.

a) Halla la ecuación de la función que nos permite obtener cuántos dólares recibimos según los euros que entreguemos.

b) ¿Cuántos dólares nos darían por 200 euros? ¿Y por 350 euros?

c) ¿Cuántos euros teníamos si nos hubieran dado 220,5 dólares?

a) La función de cambio es una recta que pasa por los puntos (150; 189) y (120; 151,2). Por tanto:

$$m = \frac{189 - 151,2}{150 - 120} = \frac{37,8}{30} = \frac{378}{300} = \frac{63}{50}$$

$$\text{Ecuación: } y = 189 + \frac{63}{50}(x - 150) \rightarrow y = \frac{63}{50}x$$

b) Por  $x = 200$  €:  $y = \frac{63}{50} \cdot 200 \rightarrow y = 252$  dólares

Por  $x = 350$  €:  $y = \frac{63}{50} \cdot 350 \rightarrow y = 441$  dólares

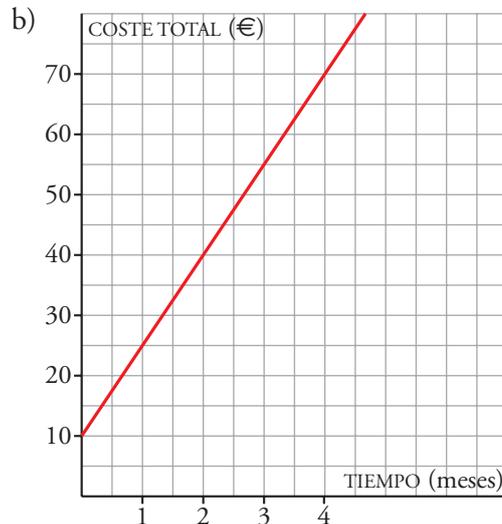
c) Por  $y = 220,5$  dólares:  $220,5 = \frac{63}{50}x \rightarrow x = 175$  euros

**32** ■■■ En una academia cobran, por las clases de inglés, 10 € fijos en concepto de matrícula más una cuota de 15 € mensuales.

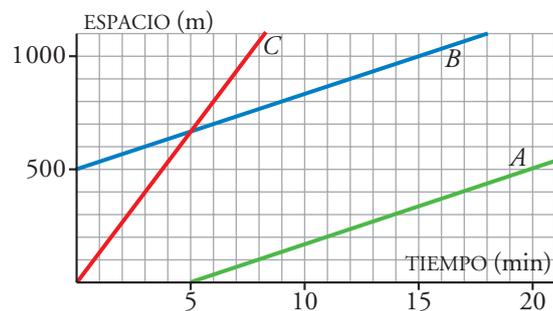
a) Halla la expresión analítica de la función  $n.^\circ$  de meses  $\rightarrow$  *coste total*

b) Representala gráficamente.

a) Ordenada en el origen: 10  
Pendiente: 15 }  $\rightarrow y = 10 + 15x$



**33** ■■■ Esta es la gráfica del espacio que recorren tres montañeros que van a velocidad constante:



a) ¿Qué velocidad lleva cada uno?

b) Escribe la expresión analítica de estas funciones.

a) Montañero A:  $m = \frac{100}{3}$       Velocidad =  $33,3$  m/min.

Montañero B:  $m = \frac{100}{3}$       Velocidad =  $33,3$  m/min.

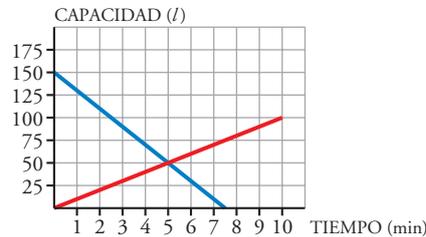
Montañero C:  $m = \frac{400}{3}$       Velocidad =  $133,3$  m/min.

b) Montañero A:  $y = \frac{100}{3}(x - 5)$

Montañero B:  $y = 500 + \frac{100}{3}x$

Montañero C:  $y = \frac{400}{3}x$

- 34** ■■■ Dos depósitos de agua,  $A$  y  $B$ , funcionan de la forma siguiente: a medida que  $A$  se va vaciando,  $B$  se va llenando. Estas son las gráficas:



- a) Indica cuál es la gráfica de  $A$ , cuál la de  $B$  y escribe sus ecuaciones.  
 b) ¿Cuál es la velocidad de entrada y de salida del agua?  
 c) ¿En qué momento los dos depósitos tienen igual cantidad de agua?

a) Función creciente:  $B$ . Ecuación:  $y = 10x$

Función decreciente:  $A$ . Ecuación:  $y = 150 - \frac{100}{5}x = 150 - 20x$

b) La velocidad coincide con la pendiente.

Velocidad de entrada:  $v_e = \frac{50}{5} = 10 \text{ //min}$

Velocidad de salida:  $v_s = \frac{100}{5} = 20 \text{ //min}$

c) A los 5 minutos los dos depósitos tienen 50 litros.

- 35** ■■■ En una bañera hay 200 litros de agua. Al quitar el tapón, se vacía a una velocidad constante de 40 //min.

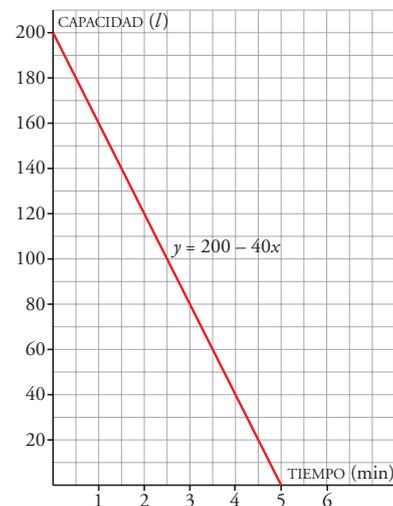
- a) ¿Cuánto tiempo tarda en vaciarse?  
 b) Obtén la ecuación de la función que nos da la cantidad de agua que queda en la bañera (en litros), según el tiempo transcurrido (en minutos).  
 c) Representa gráficamente la función y di cuál es su dominio.

a)  $40 \cdot x = 200 \rightarrow x = 5$  minutos

Tarda 5 min en vaciarse.

b)  $y = 200 - 40x$

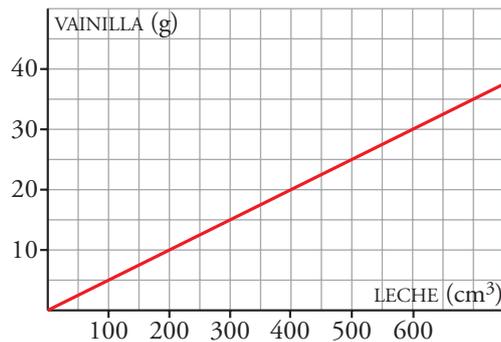
c) El dominio de la función es  $0 \leq x \leq 5$ .



- 36** ■■■ Una receta para hacer helados recomienda poner 10 g de vainilla por cada  $200 \text{ cm}^3$  de leche. Encuentra la relación entre la cantidad de leche y de vainilla, y representa la función.

Si  $y$  son los gramos de vainilla que corresponden a  $x$  centímetros cúbicos de leche:

$$200y = 10x \rightarrow y = \frac{1}{20}x$$



## PÁGINA 174

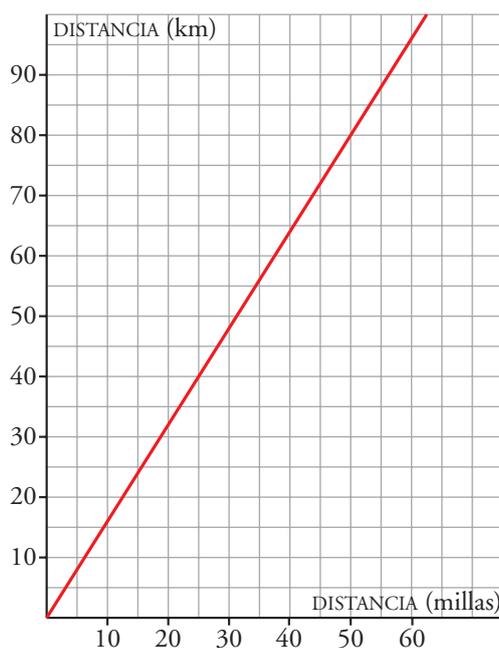
- 37** ■■■ Una milla equivale, aproximadamente, a 1,6 km.

- a) Haz una tabla para convertir millas en kilómetros.  
b) Dibuja la gráfica y escribe su ecuación.

a)

<b>MILLAS</b>	1	2	5	10	15	20	30	50
<b>KILÓMETROS</b>	1,6	3,2	8	16	24	32	48	80

- b)  $y = 1,6x$



- 38** ■■■ La temperatura de ebullición,  $T$ , de un líquido depende de la presión,  $P$ , a la que esté sometido. Cuanto menor es  $P$  menor es  $T$ .

La tabla nos muestra esta dependencia:

$P$ (atm)	$T$ (°C)
1	100
0,692	90
0,467	80
0,122	50

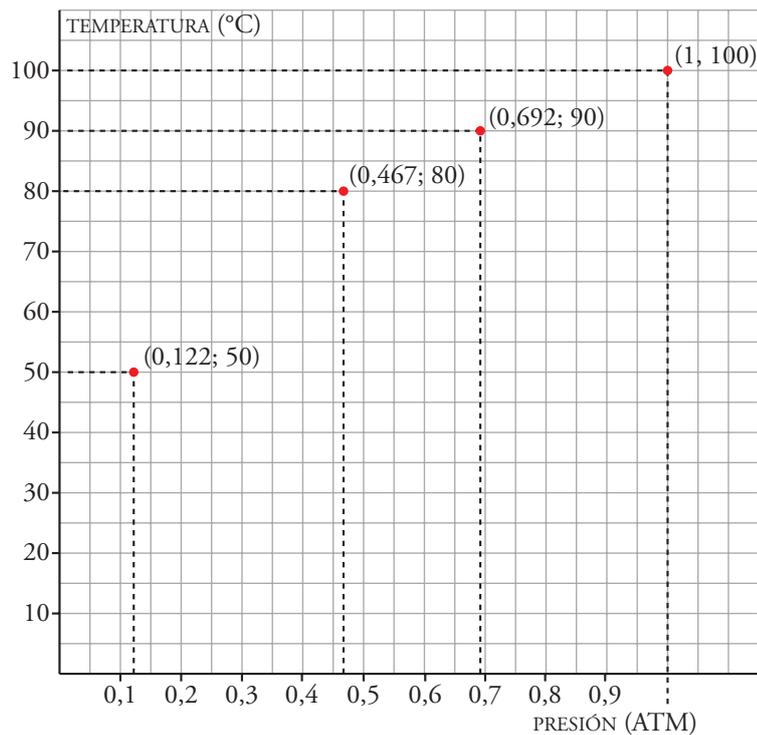
Supongamos que la presión que soporta el líquido a nivel del mar es 1 atmósfera.

a) ¿Es de proporcionalidad esta relación? Razónalo.

b) Representa gráficamente estos valores.

a) No, porque los puntos  $(1, 100)$ ,  $(0,692; 90)$ ,  $(0,467; 80)$ ,  $(0,122; 50)$  no están alineados.

b)



- 39** ■■■ En una agencia de alquiler de coches cobran, para un modelo concreto, 50 € fijos más 0,2 € por cada kilómetro recorrido.

En otra agencia, por alquilar el mismo modelo, cobran 20 € fijos más 0,3 € por cada kilómetro recorrido.

a) Obtén, en cada uno de los dos casos, la expresión analítica de la función que nos da el gasto total según los kilómetros recorridos.

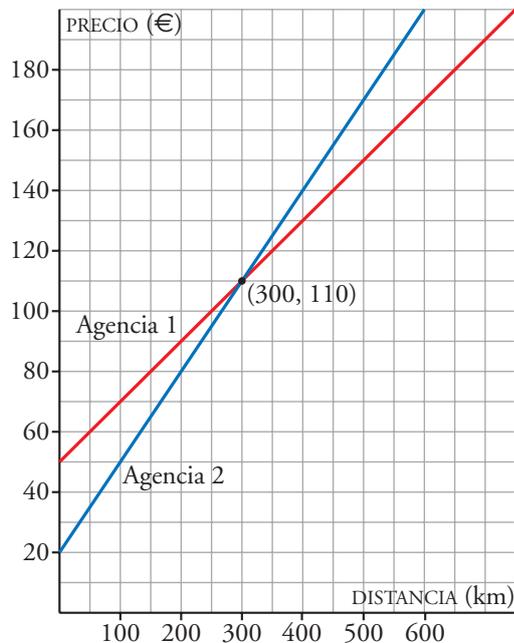
b) Representa, en los mismos ejes, las dos funciones anteriores. (Elige una escala adecuada, tomando los kilómetros de 100 en 100).

c) Analiza cuál de las dos opciones es más ventajosa, según los kilómetros que vayamos a recorrer.

a) Agencia 1:  $y = 50 + 0,2 \cdot x$

Agencia 2:  $y = 20 + 0,3x$

b)



c) Si vamos a recorrer menos de 300 km es mejor elegir la agencia 2.

Si vamos a recorrer más de 300 km es mejor elegir la agencia 1.

Si vamos a recorrer 300 km exactos, nos da igual qué agencia elegir.

**40** ■■■ En una cooperativa están obteniendo grandes beneficios, por lo que han decidido que, además de subir el sueldo a sus socios en un 4%, les van a dar un complemento de 50 € mensuales a cada uno.

a) ¿Cuánto ganará Lorena, después de la subida, si su sueldo era de 1 500 € mensuales?

b) Escribe la ecuación de la función que nos da el nuevo sueldo ( $y$ ) en función del antiguo ( $x$ ).

c) Si Jaime ganara 1 298 € después de la subida, ¿cuál era su sueldo?

d) Representa gráficamente la función.

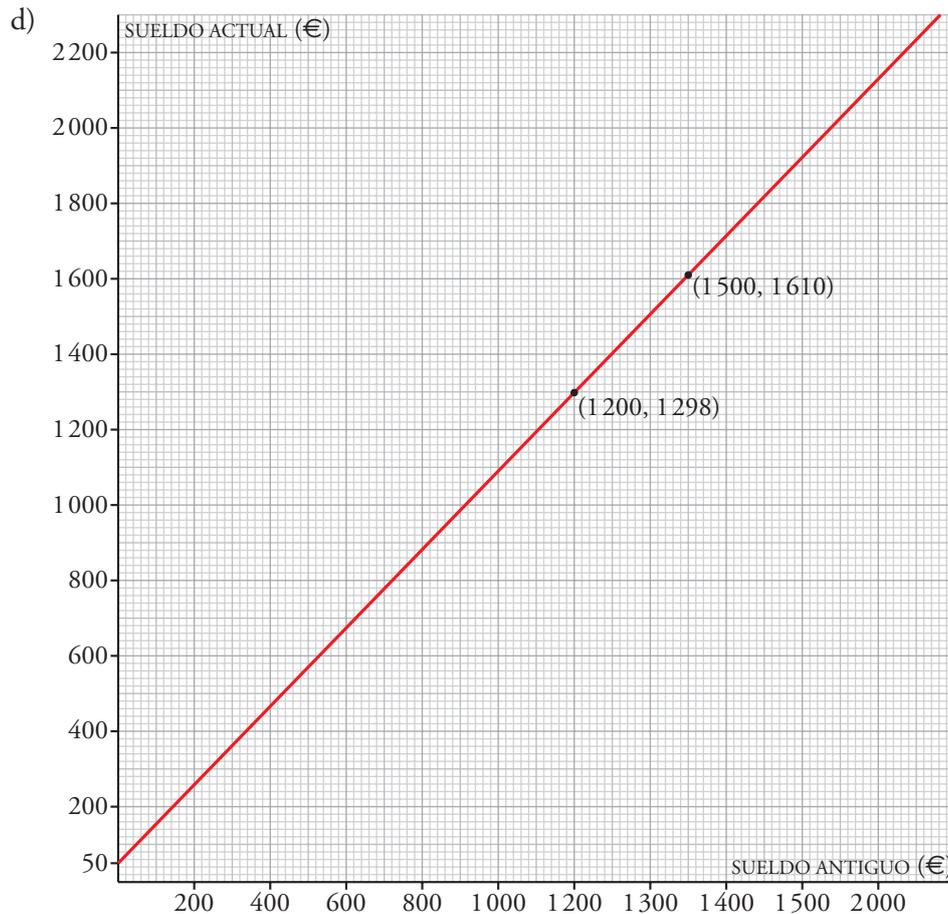
a)  $1\,500 \cdot 1,04 + 50 = 1\,610$  €

Lorena ganará 1 610 €.

b)  $y = 50 + 1,04 \cdot x$

c)  $1\,298 = 50 + 1,04x \rightarrow x = 1\,200$  €

Jaime ganaba 1 200 €.



**41** ■■■ En el contrato de trabajo, a un vendedor de libros se le ofrecen dos alternativas:

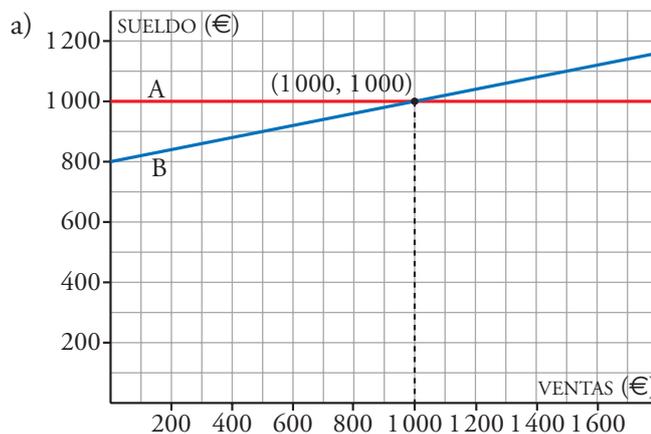
A: Sueldo fijo mensual de 1000 €.

B: Sueldo fijo mensual de 800 € más el 20% de las ventas que haga.

a) Haz una gráfica que muestre lo que ganaría en un mes según la modalidad del contrato. Toma, como  $x$ , las ventas que haga, y como  $y$ , el sueldo.

b) Escribe la expresión analítica de cada función.

c) ¿A cuánto tienen que ascender sus ventas para ganar lo mismo con las dos modalidades del contrato? ¿Qué ganancias obtendrá?



b) A:  $y = 1\,000$

B:  $y = 800 + 0,2 \cdot x$

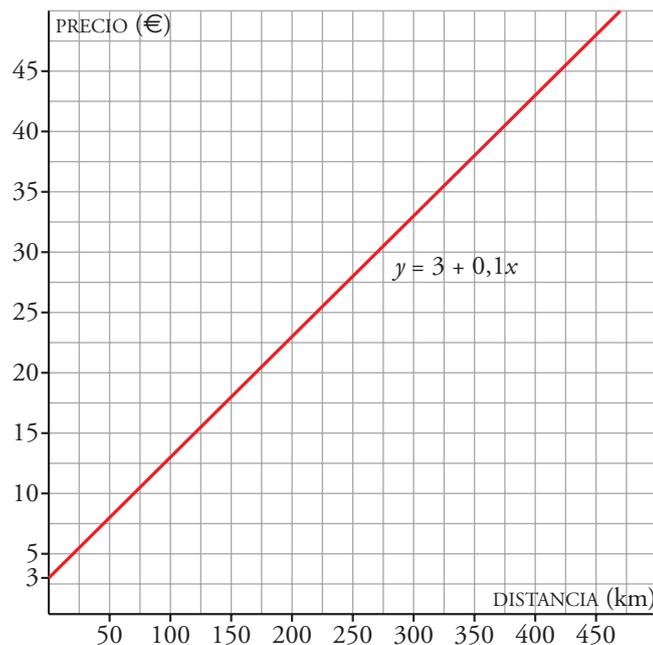
- c) Sus ventas tienen que ascender a 1 000 €. En ese momento, con cualquier alternativa cobrará 1 000 €.

- 42** ■■■ El precio de un viaje en tren depende de los kilómetros recorridos. Por un trayecto de 140 km, pagamos 17 €, y si se recorren 360 km, cuesta 39 €. Escribe y representa la ecuación de la recta que relaciona los kilómetros recorridos,  $x$ , con el precio del billete,  $y$ .

$$m = \frac{39 - 17}{360 - 140} = \frac{1}{10}$$

Ecuación de la recta:  $y = 39 + \frac{1}{10}(x - 360)$

$$y = 3 + \frac{1}{10}x$$



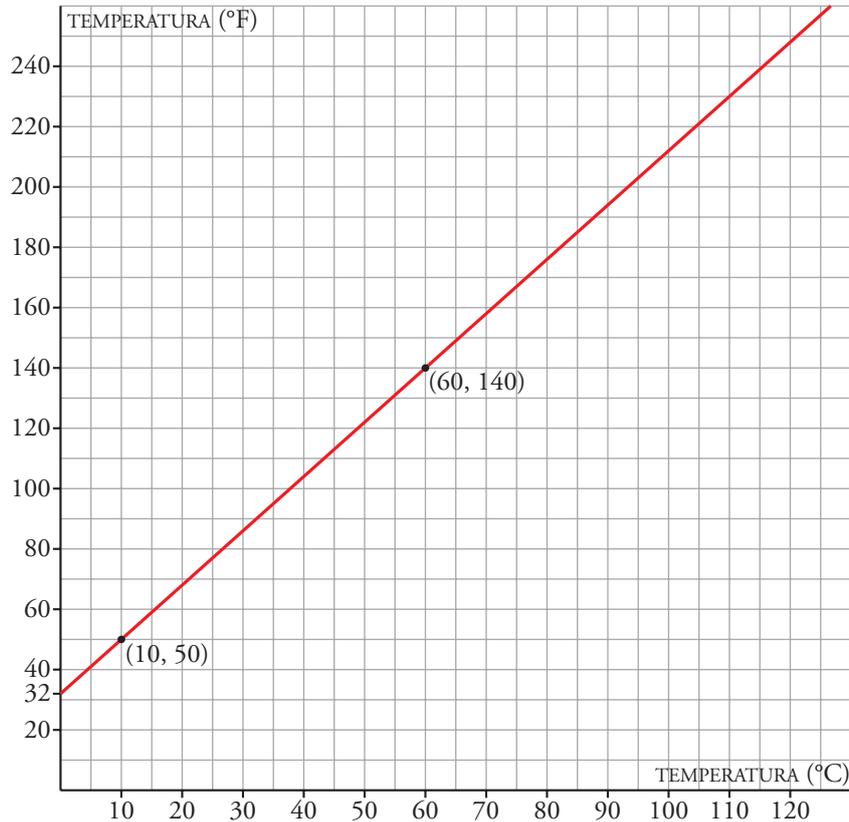
- 43** ■■■ La temperatura de fusión del hielo en la escala centígrada es 0 °C, y en la Fahrenheit es 32 °F. La ebullición del agua es 100 °C, que equivale a 212 °F.

- a) Encuentra la función lineal que nos da la relación entre las dos escalas y representala.  
 b) Expresa en grados Fahrenheit las temperaturas siguientes: 25 °C; 36,5 °C; 10 °C.  
 c) Pasa a grados centígrados 86 °F y 63,5 °F.

- a)  $\left. \begin{array}{l} \text{Grados Fahrenheit } (y) \\ \text{Grados Centígrados } (x) \end{array} \right\} \text{ La recta pasa por } (0, 32) \text{ y } (100, 212).$

$$m = \frac{212 - 32}{100 - 0} = \frac{9}{5}$$

Ecuación de la función:  $y = 32 + \frac{9}{5}x$



- b) •  $x = 25 \rightarrow y = 32 + \frac{9}{5} \cdot 25 \rightarrow y = 77 \rightarrow 25 \text{ °C} = 77 \text{ °F}$
- $x = 36,5 \rightarrow y = 32 + \frac{9}{5} \cdot 36,5 \rightarrow y = 97,7 \rightarrow 36,5 \text{ °C} = 97,7 \text{ °F}$
- $x = 10 \rightarrow y = 32 + \frac{9}{5} \cdot 10 \rightarrow y = 50 \rightarrow 10 \text{ °C} = 50 \text{ °F}$
- c) •  $y = 86 \rightarrow 86 = 32 + \frac{9}{5}x \rightarrow x = 30 \rightarrow 86 \text{ °F} = 30 \text{ °C}$
- $y = 63,5 \rightarrow 63,5 = 32 + \frac{9}{5}x \rightarrow x = 17,5 \rightarrow 63,5 \text{ °F} = 17,5 \text{ °C}$

**44** ■■■ En el recibo de la luz aparece esta información:

CONSUMO  $\rightarrow$  1 400 kwh    PRECIO DEL kwh  $\rightarrow$  0,2 €

a) ¿Cuánto cobrarán por la energía consumida?

b) Haz una gráfica y escribe la ecuación de la relación *consumo-coste*. Utiliza estas escalas:

Eje horizontal  $\rightarrow$  1 cuadradito = 100 kwh

Eje vertical  $\rightarrow$  1 cuadradito = 20 €

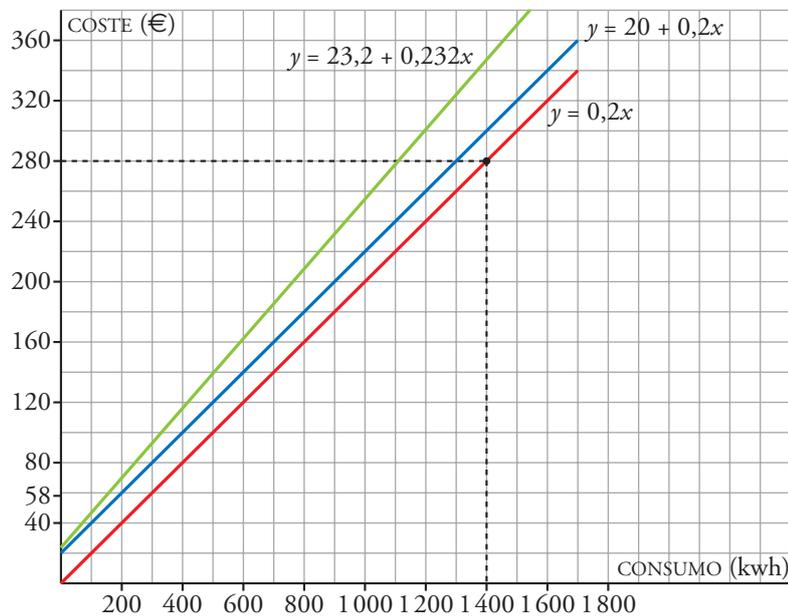
c) Si, además, nos cobran al mes 20 € por el alquiler del equipo, ¿cómo queda la ecuación *consumo-coste*? Representala junto a la anterior y escribe su ecuación.

d) ¿Qué transformación sufre el precio si añadimos el 16% de IVA? ¿Cómo se transforma el alquiler del equipo? Representa, junto a las otras, la gráfica de la función resultante y escribe su ecuación.

a)  $1\,400 \cdot 0,2 = 280 \text{ €}$

Por 1 400 kwh cobrarán 280 €.

b)  $y = 0,2 \cdot x$



c)  $y = 20 + 0,2x$

d) Coste de 1 kwh:  $0,2 \cdot 1,16 = 0,232 \text{ €}$

Coste del alquiler del equipo:  $20 \cdot 1,16 = 23,2 \text{ €}$

Ecuación:  $y = 23,2 + 0,232 \cdot x$

## PÁGINA 175

### REFLEXIONA SOBRE LA TEORÍA

**45** ■■■ Pon un ejemplo de una función de proporcionalidad, halla tres puntos de ella y comprueba que el cociente entre la ordenada y la abscisa es constante. ¿Cómo se llama esa constante?

Respuesta abierta.

La constante se llama “constante de proporcionalidad”.

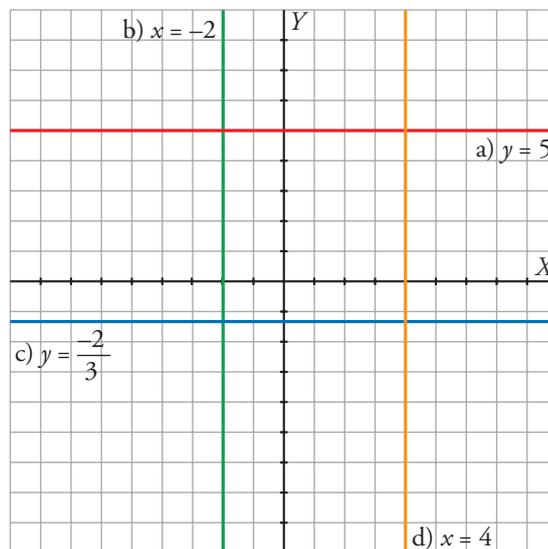
- 46** ■■■ En la función  $y = mx + n$ , ¿cómo debe ser  $m$  para que la función sea decreciente?

Para que sea decreciente  $m$  tiene que ser negativa.

- 47** ■■■ Representa cada una de estas rectas, e indica en cada caso si la gráfica corresponde a una función o no:

a)  $y = 5$       b)  $x = -2$       c)  $3y + 2 = 0$       d)  $x - 4 = 0$

- a) Sí, es una función constante.  
 b) No es una función.  
 c) Sí, es una función constante.  
 d) No es una función.



- 48** ■■■ Sea la recta  $y = \frac{5}{3}x + 4$ .

- a) Escribe la ecuación de dos rectas paralelas a ella.  
 b) Escribe la ecuación de una recta con la misma ordenada en el origen y que no sea paralela a ella.

a) Respuesta abierta. Por ejemplo:  $y = \frac{5}{3}x + 10$ ;  $y = \frac{5}{3}x - 3$

b) Respuesta abierta. Por ejemplo:  $y = -x + 4$

- 49** ■■■ ¿Cuál es la pendiente de la recta  $y = -7$ ?

La pendiente de la recta es  $m = 0$ .

- 50** ■■■ Halla la ecuación de la bisectriz del primer cuadrante.

Pasa por  $(0, 0)$  y  $(1, 1)$ . Ecuación:  $y = x$ .

**51** ■■■ ¿Cuál es la recta que tiene por ecuación  $y = 0$ ? ¿Y la de ecuación  $x = 0$ ?

$y = 0 \rightarrow$  es el eje de abscisas, eje  $X$ .

$x = 0 \rightarrow$  es el eje de ordenadas, eje  $Y$ .

**52** ■■■ Escribe la ecuación de una recta paralela al eje vertical y que pase por el punto  $(3, 5)$ .

Paralela a  $x = 0$ , pasa por el punto  $(3, 5)$ .

Ecuación de la recta:  $x = 3$ .

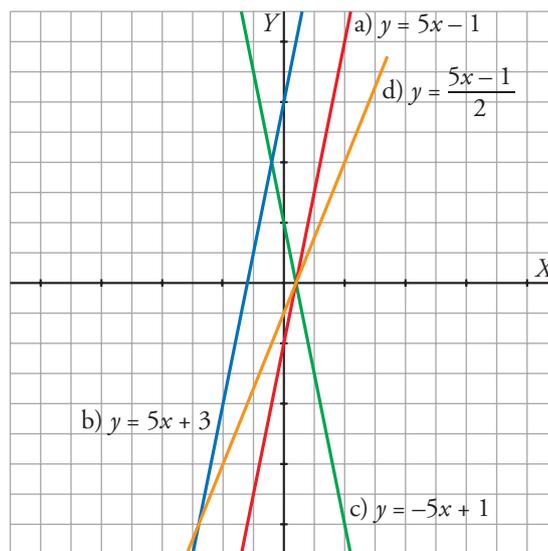
**53** ■■■ Sean las rectas:

a)  $y = 5x - 1$       b)  $5x - y + 3 = 0$       c)  $y = -5x + 1$       d)  $y = \frac{5x - 1}{2}$

Compara sus pendientes y di, sin dibujarlas, cuáles son paralelas.

Después, represéntalas gráficamente y comprueba tus respuestas.

Son paralelas las rectas a) y b).



**54** ■■■ Justifica si las afirmaciones siguientes son verdaderas o falsas:

- La recta  $x = 5$  es paralela al eje de abscisas.
  - La recta  $x - 2 = 0$  es paralela al eje de ordenadas.
  - La recta  $y = -4$  es paralela al eje de abscisas.
  - Las rectas  $y = 3x - 2$  e  $y = 2x - 3$  son paralelas.
- Falsa. Porque  $x = 5$  es paralela al eje de ordenadas.
  - Verdadera.
  - Verdadera.
  - Falsa. Porque la pendiente de la primera recta es 3 y la pendiente de la segunda recta es 2.

**55** ■■■ a) ¿Cuál es la ordenada del punto de corte de una recta con el eje  $X$ ?

b) ¿Cuál es la abscisa del punto de corte de una recta con el eje  $Y$ ?

a) La ordenada es 0. Porque todos los puntos del eje  $X$  tienen la ordenada igual a 0.

b) La abscisa es 0. Porque todos los puntos del eje  $Y$  tienen la abscisa igual a 0.

**56** ■■■ Halla, sin representar las rectas, el punto de corte con el eje  $X$  y el punto de corte con el eje  $Y$  de cada una de estas rectas:

a)  $x - y = 4$

b)  $3x - y = 6$

c)  $y = \frac{x-2}{4}$

d)  $y = -\frac{2}{3}x + 1$

☞ Ten en cuenta las respuestas del ejercicio anterior.

a) •  $x - 0 = 4 \rightarrow x = 4$

Punto de corte con el eje  $X$ :  $(4, 0)$

•  $0 - y = 4 \rightarrow y = -4$

Punto de corte con el eje  $Y$ :  $(0, -4)$

b) •  $3x - 0 = 6 \rightarrow x = 2$

Punto de corte con el eje  $X$ :  $(2, 0)$

•  $3 \cdot 0 - y = 6 \rightarrow y = -6$

Punto de corte con el eje  $Y$ :  $(0, -6)$

c) •  $0 = \frac{x-2}{4} \rightarrow x = 2$

Punto de corte con el eje  $X$ :  $(2, 0)$

•  $y = \frac{0-2}{4} \rightarrow y = -\frac{1}{2}$

Punto de corte con el eje  $Y$ :  $\left(0, -\frac{1}{2}\right)$

d) •  $0 = -\frac{2}{3}x + 1 \rightarrow x = \frac{3}{2}$

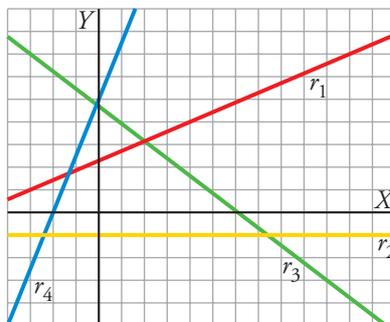
Punto de corte con el eje  $X$ :  $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$

•  $y = \frac{-2}{3} \cdot 0 + 1 \rightarrow y = 1$

Punto de corte con el eje  $Y$ :  $(0, 1)$

**P**ROFUNDIZA

57 ■■■ Considera las rectas  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$  y  $r_4$  que aparecen en la gráfica siguiente:



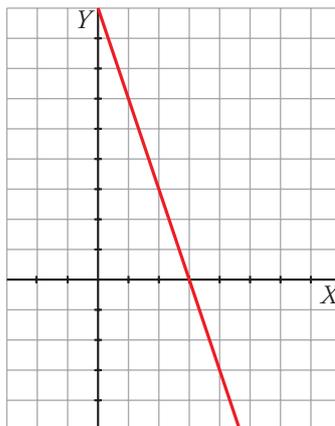
a) Sin hacer operaciones, ordena las rectas de menor a mayor pendiente.

b) Dibuja una recta cuya pendiente sea menor que la de  $r_3$ .

a)  $r_3$ ,  $r_2$ ,  $r_1$ ,  $r_4$

$$m_{r_3} < m_{r_2} < m_{r_1} < m_{r_4}$$

b) Respuesta abierta. Por ejemplo: una recta con pendiente  $-3$ .



58 ■■■ Considera el triángulo cuyos lados están sobre las rectas siguientes:

$$r: 3x - y - 1 = 0; \quad s: 3x + 2y - 16 = 0; \quad t: y - 2 = 0$$

Halla las coordenadas de sus vértices.

Para hallarlas, resolvemos los sistemas formados por cada pareja de ecuaciones de las rectas:

$$\begin{cases} r: 3x - y - 1 = 0 \\ s: 3x + 2y - 16 = 0 \end{cases} \rightarrow \text{Punto } A: (2, 5)$$

$$\begin{cases} r: 3x - y - 1 = 0 \\ t: y - 2 = 0 \end{cases} \rightarrow \text{Punto } B: (1, 2)$$

$$\begin{cases} s: 3x + 2y - 16 = 0 \\ t: y - 2 = 0 \end{cases} \rightarrow \text{Punto } C: (4, 2)$$

- 59** Los puntos  $A(3, 4)$ ,  $B(5, 3)$  y  $C(1, 1)$  son los vértices de un triángulo. Halla las ecuaciones de sus tres lados.

Ecuación del lado que pasa por  $A$  y  $B$ :

$$\begin{cases} A(3, 4) \\ B(5, 3) \end{cases} \rightarrow m = \frac{3-4}{5-3} = \frac{-1}{2}$$

$$r: y = 4 - \frac{1}{2}(x-3)$$

Ecuación del lado que pasa por  $A$  y  $C$ :

$$\begin{cases} A(3, 4) \\ C(1, 1) \end{cases} \rightarrow m = \frac{1-4}{1-3} = \frac{3}{2}$$

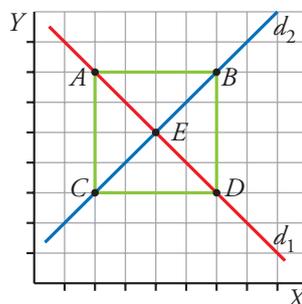
$$s: y = 1 + \frac{3}{2}(x-1)$$

Ecuación del lado que pasa por  $B$  y  $C$ :

$$\begin{cases} B(5, 3) \\ C(1, 1) \end{cases} \rightarrow m = \frac{1-3}{1-5} = \frac{1}{2}$$

$$t: y = 1 + \frac{1}{2}(x-1)$$

- 60** Halla el punto de corte de las diagonales del rectángulo cuyos vértices son los puntos  $A(2, 7)$ ,  $B(6, 7)$ ,  $C(2, 3)$  y  $D(6, 3)$ .



Ecuación de la diagonal que pasa por  $A$  y  $D$ :  $\begin{cases} A(2, 7) \\ D(6, 3) \end{cases} \rightarrow m = \frac{3-7}{6-2} = -1$

$$d_1: y = 3 - (x-6) \rightarrow y = 9 - x$$

Ecuación de la diagonal que pasa por  $B$  y  $C$ :  $\begin{cases} B(6, 7) \\ C(2, 3) \end{cases} \rightarrow m = \frac{3-7}{2-6} = 1$

$$d_2: y = 3 + (x-2) \rightarrow y = 1 + x$$

Resolvemos el sistema formado por las ecuaciones de  $d_1$  y  $d_2$ :

$$\begin{cases} y = 9 - x \\ y = 1 + x \end{cases} \rightarrow E = (4, 5)$$

Observación: En el dibujo del cuadrado ya se veía que la solución tenía que ser  $E(4, 5)$ .