

PÁGINA 108

PRACTICA**Ecuaciones: soluciones por tanteo**

1 ■■■ Busca por tanteo una solución exacta de cada una de las siguientes ecuaciones:

a) $2^{x+3} = 32$

b) $\sqrt{2x+1} = 9$

c) $x^{x+1} = 8$

d) $(x-1)^3 = 27$

a) $2^{x+3} = 32 \rightarrow 32 = 2^5 \rightarrow$ luego: $x+3 = 5 \rightarrow x = 2$

b) $\sqrt{2x+1} = 9 \rightarrow 2x+1 = 81 \rightarrow 2x = 80 \rightarrow x = 40$

c) $x^{x+1} = 8 \rightarrow x = 2$ porque $2^{2+1} = 2^3 = 8$

d) $(x-1)^3 = 27 \rightarrow x-1 = 3 \rightarrow x = 4$

2 ■■■ Las siguientes ecuaciones tienen más de una solución entera. Búscalas tanteando.

a) $(x+1)^2 = 4$

b) $(x+1)(x-3) = 0$

c) $x^2 = 2x$

d) $3(x-2)^2 = 3$

a) $(x+1)^2 = 4 \rightarrow x+1$ puede ser 2 ó -2, esto es $x_1 = 1$ ó $x_2 = -3$

b) $(x+1)(x-3) = 0 \rightarrow x_1 = -1$
 $x_2 = 3$

c) $x^2 = 2x \rightarrow x_1 = 0$ o $x_2 = 2$

d) $3(x-2)^2 = 3 \rightarrow (x-2)^2 \rightarrow x-2$ es 1 ó -1, esto es, $x_1 = 3$ o $x_2 = 1$

3 ■■■ Halla por tanteo una aproximación hasta las décimas de cada una de las siguientes ecuaciones:

a) $x^3 + x^2 = 20$

b) $x^x = 35$

c) $3^x = 1000$

d) $x^3 = 30$

a) $x^3 + x^2 = 20$

$$\left. \begin{array}{l} 2^3 + 2^2 = 8 + 4 = 12 \\ 3^3 + 3^2 = 27 + 9 = 36 \end{array} \right\} \text{ Por tanto, la solución está entre 2 y 3. Probemos con } 2,4; 2,5; 2,6\dots$$

$$\left. \begin{array}{l} 2,4^3 + 2,4^2 = 19,584 \\ 2,5^3 + 2,5^2 = 21,875 \end{array} \right\} \text{ Por tanto, la solución es } 2,4.$$

b) $x^x = 35$

$$\left. \begin{array}{l} 3^3 = 27 \\ 4^4 = 256 \end{array} \right\} \text{ La solución está entre 3 y 4. Probemos con } 3,1; 3,2\dots$$

$$\left. \begin{array}{l} 3,1^{3,1} = 33,36 \\ 3,2^{3,2} = 41,35 \end{array} \right\} \text{ La solución más próxima es } x = 3,1$$

c) $3^x = 1\,000$

$$\left. \begin{array}{l} 3^6 = 729 \\ 3^7 = 2\,187 \end{array} \right\} \text{La solución está entre 6 y 7. Probemos con } 6,2; 6,3\dots$$

$$\left. \begin{array}{l} 3^{6,2} = 908,14 \\ 3^{6,3} = 1\,013,59 \end{array} \right\} \text{La solución más próxima es } x = 6,3$$

d) $x^3 = 30$

$$\left. \begin{array}{l} 3^3 = 27 \\ 4^3 = 64 \end{array} \right\} \text{La solución está entre 3 y 4. Probemos con } 3,1; 3,2\dots$$

$$\left. \begin{array}{l} 3,1^3 = 29,791 \\ 3,2^3 = 32,768 \end{array} \right\} \text{La solución es } x = 3,1$$

Ecuaciones de primer grado

4 ■■■ Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{1-2x}{9} = 1 - \frac{x+4}{6}$

b) $\frac{3x+2}{5} - \frac{4x-1}{10} + \frac{5x-2}{8} = \frac{x+1}{4}$

c) $\frac{x-3}{2} - \frac{5x+1}{3} = \frac{1-9x}{6}$

d) $\frac{x+1}{2} + \frac{x-3}{5} - 2x = \frac{x-8}{5} - 6$

a) $\frac{1-2x}{9} = 1 - \frac{x+4}{6}$

Multiplicamos ambos miembros por 18 y simplificamos:

$$\begin{aligned} 2(1-2x) &= 18 - 3(x+4) \rightarrow 2 - 4x = 6 - 3x - 12 \rightarrow 2 - 4x = 6 - 3x \rightarrow \\ &\rightarrow 2 - 6 = 4x - 3x \rightarrow x = -4 \end{aligned}$$

b) $\frac{3x+2}{5} - \frac{4x-1}{10} + \frac{5x-2}{8} = \frac{x+1}{4}$

Multiplicamos la expresión por 40 y simplificamos:

$$\begin{aligned} 8(3x+2) - 4(4x-1) + 5(5x-2) &= 10(x+1) \rightarrow \\ \rightarrow 24x + 16 - 16x + 4 + 25x - 10 &= 10x + 10 \rightarrow \\ \rightarrow 33x + 10 = 10x + 10 \rightarrow 23x &= 0 \rightarrow x = 0 \end{aligned}$$

c) $\frac{x-3}{2} - \frac{5x+1}{3} = \frac{1-9x}{6}$

Multiplicamos ambos miembros por 6 y simplificamos:

$$\begin{aligned} 3(x-3) - 2(5x+1) &= 1-9x \rightarrow 3x - 9 - 10x - 2 = 1 - 9x \rightarrow \\ \rightarrow -7x - 11 &= 1 - 9x \rightarrow 2x = 12 \rightarrow x = 6 \end{aligned}$$

$$d) \frac{x+1}{2} + \frac{x-3}{5} - 2x = \frac{x-8}{5} - 6$$

Multiplicamos la expresión por 10 y simplificamos:

$$5(x+1) + 2(x-3) - 20x = 2(x-8) - 60 \rightarrow$$

$$\rightarrow 5x + 5 + 2x - 6 - 20x = 2x - 16 - 60 \rightarrow -15x = -75 \rightarrow x = 5$$

5 ■■■ Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$a) \frac{1+12x}{4} + \frac{x-4}{2} = \frac{3(x+1) - (1-x)}{8}$$

$$b) \frac{3x-2}{6} - \frac{4x+1}{10} = -\frac{2}{15} - \frac{2(x-3)}{4}$$

$$c) \frac{2x-3}{6} - \frac{3(x-1)}{4} - \frac{2(3-x)}{6} + \frac{5}{8} = 0$$

$$a) \frac{1+12x}{4} + \frac{x-4}{2} = \frac{3(x+1) - (1-x)}{8}$$

Multiplicamos toda la ecuación por 8:

$$2(1+12x) + 4(x-4) = 3(x+1) - (1-x) \rightarrow 2 + 24x + 4x - 16 = 3x + 3 - 1 + x$$

$$24x - 16 = 0 \rightarrow x = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$$

$$b) \frac{3x-2}{6} - \frac{4x+1}{10} = -\frac{2}{15} - \frac{2(x-3)}{4}$$

Multiplicamos la ecuación por 60:

$$10(3x-2) - 6(4x+1) = -2 \cdot 4 - 15 \cdot 2(x-3)$$

$$30x - 20 - 24x - 6 = -8 - 30x + 90$$

$$36x = 108 \rightarrow x = \frac{108}{36} = 3$$

$$c) \frac{2x-3}{6} - \frac{3(x-1)}{4} - \frac{2(3-x)}{6} + \frac{5}{8} = 0$$

Multiplicamos toda la ecuación por 24:

$$4(2x-3) - 6 \cdot 3(x-1) - 4 \cdot 2(3-x) + 3 \cdot 5 = 0$$

$$8x - 12 - 18x + 18 - 24 + 8x + 15 = 0$$

$$-2x = 3 \rightarrow x = -\frac{3}{2}$$

6 ■■■ Las siguientes ecuaciones son de primer grado. Compruébalo y resuélvelas:

$$a) (x+1)^2 + (x-2)^2 = (x+2)^2 + (x-1)^2$$

$$b) 4(x-3)(x+3) - (2x+1)^2 = 3$$

$$c) (x-3)^2 + 1 = (x+2)^2 - 4x - 3(x-1)$$

$$d) 5(x-3)^2 + x^2 - 46 = -(2x+1)(1-3x)$$

$$e) (4x-3)(7x+2) - (3-4x)^2 = 3x(4x-5) - 2$$

Para comprobar que son ecuaciones de primer grado, simplificamos las ecuaciones al máximo antes de resolverlas:

$$\begin{aligned} \text{a) } (x+1)^2 + (x-2)^2 &= (x+2)^2 + (x-1)^2 \\ x^2 + 2x + 1 + x^2 - 4x + 4 &= x^2 + 4x + 4 + x^2 - 2x + 1 \\ -2x + 5 &= 2x + 5 \rightarrow -4x = 0 \rightarrow x = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 4(x-3)(x+3) - (2x+1)^2 &= 3 \\ 4(x^2-9) - 4x^2 - 4x - 1 &= 3 \\ 4x^2 - 36 - 4x^2 - 4x - 1 &= 3 \\ -4x &= 40 \rightarrow x = \frac{40}{-4} = -10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } (x-3)^2 + 1 &= (x+2)^2 - 4x - 3(x-1) \\ x^2 - 6x + 9 + 1 &= x^2 + 4x + 4 - 4x - 3x + 3 \\ -3x &= -3 \rightarrow x = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } 5(x-3)^2 + x^2 - 46 &= -(2x+1)(1-3x) \\ 5(x^2 - 6x + 9) + x^2 - 46 &= -(2x - 6x^2 + 1 - 3x) \\ 5x^2 - 30x + 45 + x^2 - 46 &= 6x^2 + x - 1 \\ -31x &= 0 \rightarrow x = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } (4x-3)(7x+2) - (3-4x)^2 &= 3x(4x-5) - 2 \\ 28x^2 + 8x - 21x - 6 - 9 + 24x - 16x^2 &= 12x^2 - 15x - 2 \\ 26x &= 13 \rightarrow x = \frac{13}{26} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

7 ■■■ Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$\text{a) } \frac{(x-3)^2}{4} - \frac{(2x-1)^2}{16} = \frac{35}{16}$$

$$\text{b) } \frac{(2x-4)^2 - 1}{8} = \frac{x(x+1)}{2} + 5$$

$$\text{c) } \frac{x+3}{5} + \frac{(x-1)^2}{4} = \frac{x^2+1}{4}$$

$$\text{d) } x + \frac{x^2}{2} = \frac{(x+2)^2}{2}$$

$$\text{a) } \frac{(x-3)^2}{4} - \frac{(2x-1)^2}{16} = \frac{35}{16}$$

$$\begin{aligned} 4(x^2 + 9 - 6x) - (4x^2 + 1 - 4x) &= 35 \rightarrow 4x^2 + 36 - 24x - 4x^2 - 1 + 4x = 35 \\ -20x &= 0 \\ 20x &= 0 \rightarrow x = 0 \end{aligned}$$

$$b) \frac{(2x-4)^2 - 1}{8} = \frac{x(x+1)}{2} + 5$$

Multiplicamos la ecuación por 8:

$$(2x-4)^2 - 1 = 4x(x+1) + 40 \rightarrow 4x^2 - 16x + 16 - 1 = 4x^2 + 4x + 40 \rightarrow$$

$$\rightarrow -20x = 25 \rightarrow x = \frac{25}{20} \rightarrow x = -\frac{5}{4}$$

$$c) \frac{x+3}{5} + \frac{(x-1)^2}{4} = \frac{x^2+1}{4}$$

Multiplicamos la ecuación por 20:

$$4(x+3) + 5(x-1)^2 = 5(x^2+1) \rightarrow 4x+12+5(x^2-2x+1) = 5x^2+1 \rightarrow$$

$$\rightarrow 4x+12+5x^2-10x+5 = 5x^2+1 \rightarrow -6x = -16 \rightarrow x = \frac{16}{6} \rightarrow x = \frac{8}{3}$$

$$d) x + \frac{x^2}{2} = \frac{(x+2)^2}{2}$$

Multiplicamos la ecuación por 2:

$$2x + x^2 = (x+2)^2 \rightarrow 2x + x^2 = x^2 + 4x + 4 \rightarrow -2x = 4 \rightarrow x = -2$$

Ecuaciones de segundo grado

8 ■■■ Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x^2 - 2x - 3 = 0$

b) $2x^2 - 7x - 4 = 0$

c) $2x^2 - 5x - 3 = 0$

d) $x^2 + x + 2 = 0$

a) $x^2 - 2x - 3 = 0$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2} = \begin{cases} 3 \\ -1 \end{cases}$$

Soluciones: $x_1 = 3$, $x_2 = -1$

b) $2x^2 - 7x - 4 = 0$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 32}}{4} = \frac{7 \pm \sqrt{81}}{4} = \frac{7 \pm 9}{4} = \begin{cases} 4 \\ -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Soluciones: $x_1 = 4$, $x_2 = -\frac{1}{2}$

c) $2x^2 - 5x - 3 = 0$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 24}}{4} = \frac{5 \pm 7}{4} = \begin{cases} 3 \\ -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Soluciones: $x_1 = 3$, $x_2 = -\frac{1}{2}$

$$d) x^2 + x + 2 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-8}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-7}}{2} \text{ No tiene solución.}$$

9 ■■■ Resuelve:

a) $4x^2 - 64 = 0$

b) $3x^2 - 9x = 0$

c) $2x^2 + 5x = 0$

d) $2x^2 - 8 = 0$

a) $4x^2 - 64 = 0$

$$4x^2 = 64 \rightarrow x^2 = \frac{64}{4} \rightarrow x^2 = 16 \rightarrow x = \pm 4$$

Soluciones: $x_1 = 4, x_2 = -4$

b) $3x^2 - 9x = 0$

$$3x(x-3) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x - 3 = 0 \rightarrow x = 3 \end{cases}$$

Soluciones: $x_1 = 0, x_2 = 3$

c) $2x^2 + 5x = 0$

$$x(2x+5) = 0 \begin{cases} x_1 = 0 \\ 2x+5 = 0 \rightarrow x_2 = -\frac{5}{2} \end{cases}$$

d) $2x^2 - 8 = 0$

$$2x^2 = 8 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2$$

Soluciones: $x_1 = -2, x_2 = 2$

10 ■■■ Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a) $-2x^2 - x + 3 = 0$

b) $100x^2 - 25 = 0$

c) $\frac{5}{2}x^2 + 3x = 0$

d) $-x^2 + 3x + 10 = 0$

a) $-2x^2 - x + 3 = 0$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{-4} = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{-4} = \frac{1 \pm 5}{-4} = \begin{cases} \frac{-6}{-4} = \frac{3}{2} \\ 1 \end{cases}$$

Soluciones: $x_1 = \frac{3}{2}, x_2 = 1$

b) $100x^2 - 25 = 0$

$$\text{Despejamos } x^2 \rightarrow x^2 = \frac{25}{100} \rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{25}{100}} = \pm \frac{5}{10} = \pm \frac{1}{2}$$

Soluciones: $x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = \frac{1}{2}$

$$c) \frac{5}{2}x^2 + 3x = 0$$

$$\text{Sacamos } x \text{ factor común} \rightarrow x\left(\frac{5}{2}x + 3\right) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ \frac{5}{2}x + 3 = 0 \rightarrow x = -\frac{6}{5} \end{cases}$$

$$\text{Soluciones: } x_1 = -\frac{6}{5}, x_2 = 0$$

$$d) -x^2 + 3x + 10 = 0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 40}}{-2} = \frac{-3 \pm 7}{-2} = \begin{cases} 5 \\ -2 \end{cases}$$

$$\text{Soluciones: } x_1 = -2, x_2 = 5$$

11 ■■■ Resuelve:

$$a) (x-3)(x+3) + (x-4)(x+4) = 25$$

$$b) (x+1)(x-3) + (x-2)(x-3) = x^2 - 3x - 1$$

$$c) 2x(x+3) - 2(3x+5) + x = 0$$

$$a) (x-3)(x+3) + (x-4)(x+4) = 25$$

$$x^2 - 9 + x^2 - 16 = 25 \rightarrow 2x^2 = 50 \rightarrow x^2 = 25 \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = -5 \end{cases}$$

$$b) (x+1)(x-3) + (x-2)(x-3) = x^2 - 3x - 1$$

$$x^2 + x - 3x - 3 + x^2 - 5x + 6 = x^2 - 3x - 1 \rightarrow$$

$$\rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \rightarrow (x-2)^2 = 0 \rightarrow x = 2$$

$$c) 2x(x+3) - 2(3x+5) + x = 0$$

$$2x^2 + 6x - 6x - 10 + x = 0 \rightarrow 2x^2 + x - 10 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 80}}{4} = \frac{-1 \pm 9}{4} \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -5/2 \end{cases}$$

12 ■■■ Las siguientes ecuaciones son de segundo grado e incompletas. Resuélvelas sin aplicar la fórmula general:

$$a) (3x+1)(3x-1) + \frac{(x-2)^2}{2} = 1 - 2x$$

$$b) \frac{x^2+2}{3} - \frac{x^2+1}{4} = \frac{x+5}{12}$$

$$c) \frac{(2x-1)(2x+1)}{3} = \frac{3x-2}{6} + \frac{x^2}{3}$$

$$a) (3x+1)(3x-1) + \frac{1}{2}(x-2)^2 = 1 - 2x$$

$$9x^2 - 1 + \frac{x^2 - 4x + 4}{2} = 1 - 2x \rightarrow 18x^2 - 2 + x^2 - 4x + 4 = 2 - 4x$$

$$19x^2 = 0 \rightarrow x = 0$$

$$b) \frac{x^2 + 2}{3} - \frac{x^2 + 1}{4} = \frac{x + 5}{12}$$

Multiplicamos toda la ecuación por 12:

$$4(x^2 + 2) - 3(x^2 + 1) = x + 5 \rightarrow 4x^2 + 8 - 3x^2 - 3 = x + 5 \rightarrow$$

$$\rightarrow x^2 - x = 0 \rightarrow x(x - 1) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Soluciones: $x_1 = 0$, $x_2 = 1$

$$c) \frac{(2x - 1)(2x + 1)}{3} = \frac{3x - 2}{6} + \frac{x^2}{3}$$

Multiplicamos la ecuación por 6:

$$2(2x - 1)(2x + 1) = 3x - 2 + 2x^2 \rightarrow 2(4x^2 - 1) = 3x - 2 + 2x^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow 8x^2 - 2 = 3x - 2 + 2x^2 \rightarrow 6x^2 - 3x = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow 3x(2x - 1) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ 2x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Soluciones: $x_1 = 0$, $x_2 = \frac{1}{2}$

PÁGINA 109

13 ■■■ Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a) $(x + 1)^2 - 3x = 3$

b) $(2x + 1)^2 = 1 + (x - 1)(x + 1)$

c) $\frac{(x + 1)(x - 3)}{2} + x = \frac{x}{4}$

d) $x + \frac{3x + 1}{2} - \frac{x - 2}{3} = x^2 - 2$

e) $\frac{x(x - 1)}{3} - \frac{x(x + 1)}{4} + \frac{3x + 4}{12} = 0$

a) $(x + 1)^2 - 3x = 3$

$$x^2 + 2x + 1 - 3x - 3 = 0 \rightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 8}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2} \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

b) $(2x + 1)^2 = 1 + (x - 1)(x + 1)$

$$4x^2 + 1 + 4x = 1 + x^2 - 1 \rightarrow 3x^2 + 4x + 1 = 0$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 12}}{6} = \frac{-4 \pm 2}{6} \begin{cases} x_1 = -1/3 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

$$c) \frac{(x+1)(x-3)}{2} + x = \frac{x}{4}$$

$$\frac{x^2 - 2x - 3}{2} + x = \frac{x}{4} \rightarrow 2x^2 - 4x - 6 + 4x = x \rightarrow 2x^2 - x - 6 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+48}}{4} = \frac{1 \pm 7}{4} \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -3/2 \end{cases}$$

$$d) x + \frac{3x+1}{2} - \frac{x-2}{3} = x^2 - 2$$

$$6x + 9x + 3 - 2x + 4 = 6x^2 - 12 \rightarrow 6x^2 - 13x - 19 = 0$$

$$x = \frac{13 \pm \sqrt{169 + 456}}{12} = \frac{13 \pm 25}{12} \begin{cases} x_1 = 19/6 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

$$e) \frac{x}{3}(x-1) - \frac{x}{4}(x+1) + \frac{3x+4}{12} = 0$$

$$4x(x-1) - 3x(x+1) + 3x+4 = 0$$

$$4x^2 - 4x - 3x^2 - 3x + 3x + 4 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16-16}}{2} = 2$$

Solución: $x = 2$

14 ■■■ Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$a) \frac{x^2+1}{3} - 1 = \frac{x^2-4}{6} + x$$

$$b) \frac{x^2-x-4}{4} = \frac{x^2+x-2}{2}$$

$$c) x(x-3) + (x+4)(x-4) = 2 - 3x$$

$$d) 3x(x+4) - x(x-1) = 13x + 8$$

$$a) \frac{x^2+1}{3} - 1 = \frac{x^2-4}{6} + x$$

$$\frac{2x^2+2-6}{6} = \frac{x^2-4+6x}{6} \rightarrow x^2 - 6x = 0 \rightarrow x(x-6) = 0 \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 6 \end{cases}$$

$$b) \frac{x^2-x-4}{4} = \frac{x^2+x-2}{2}$$

$$\frac{x^2-x-4}{4} = \frac{2x^2+2x-4}{4} \rightarrow x^2+3x = 0 \rightarrow x(x+3) = 0 \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

$$c) x(x-3) + (x+4)(x-4) = 2 - 3x$$

$$x^2 - 3x + x^2 - 16 = 2 - 3x \rightarrow 2x^2 = 18 \rightarrow x^2 = 9 \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

$$d) 3x(x+4) - x(x-1) = 13x + 8$$

$$3x^2 + 12x - x^2 + x = 13x + 8 \rightarrow 2x^2 = 8 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2$$

$$\text{Soluciones: } x_1 = -2, x_2 = 2$$

Otros tipos de ecuaciones

15 ■■■ Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$a) (2x - 5)(x + 7) = 0 \quad b) (x - 2)(4x + 6) = 0$$

$$c) (x + 2)(x^2 + 4) = 0 \quad d) (3x + 1)(x^2 + x - 2) = 0$$

a) $(2x - 5)(x + 7) = 0$. Igualamos a 0 cada uno de los dos factores:

$$2x - 5 = 0 \rightarrow x = \frac{5}{2}$$

$$x + 7 = 0 \rightarrow x = -7$$

$$\text{Soluciones: } x_1 = -7, x_2 = \frac{5}{2}$$

b) $(x - 2)(4x + 6) = 0$. Igualamos a 0 cada uno de los dos factores:

$$x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$$

$$4x + 6 = 0 \rightarrow x = -\frac{6}{4} = -\frac{3}{2}$$

$$\text{Soluciones: } x_1 = -\frac{3}{2}, x_2 = 2$$

c) $(x + 2)(x^2 + 4) = 0$. Igualamos a 0 cada uno de los dos factores:

$$x + 2 = 0 \rightarrow x = -2$$

$$x^2 + 4 = 0 \rightarrow x^2 = -4 \text{ No tiene solución.}$$

$$\text{Solución: } x = -2$$

d) $(3x + 1)(x^2 + x - 2) = 0$. Igualamos a 0 cada uno de los dos factores:

$$3x + 1 = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{3}$$

$$x^2 + x - 2 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 8}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2} = \begin{cases} 1 \\ -2 \end{cases}$$

$$\text{Soluciones: } x_1 = -2, x_2 = -\frac{1}{3}, x_3 = 1$$

16 ■■■ Di cuáles son las soluciones de estas ecuaciones:

$$a) (x - 2)(x + 3)(2x - 5) = 0$$

$$b) x^2(x - 6)(3x - 1) = 0$$

$$c) (2 - x)(x - 7)(x^2 - 9) = 0$$

$$d) x(x^2 + 1)(6x - 3) = 0$$

$$\text{a) } (x-2)(x+3)(2x-5) = 0 \begin{cases} x-2=0 \rightarrow x_1=2 \\ x+3=0 \rightarrow x_2=-3 \\ 2x-5=0 \rightarrow x_3=\frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\text{b) } x^2(x-6)(3x-1) = 0 \begin{cases} x^2=0 \rightarrow x=0 \\ x-6=0 \rightarrow x=6 \\ 3x-1=0 \rightarrow x=\frac{1}{3} \end{cases}$$

Soluciones: $x_1=0$, $x_2=\frac{1}{3}$, $x_3=6$

$$\text{c) } (2-x)(x-7)(x^2-9) = 0 \begin{cases} 2-x=0 \rightarrow x=2 \\ x-7=0 \rightarrow x=7 \\ x^2-9=0 \rightarrow x^2=9 \rightarrow x=\pm 3 \end{cases}$$

Soluciones: $x_1=-3$, $x_2=2$, $x_3=3$, $x_4=7$

$$\text{d) } x(x^2+1)(6x-3) = 0 \begin{cases} x=0 \\ x^2+1=0 \rightarrow x^2=-1 \text{ No tiene solución.} \\ 6x-3=0 \rightarrow x=\frac{3}{6}=\frac{1}{2} \end{cases}$$

Soluciones: $x_1=0$, $x_2=\frac{1}{2}$

17 ■■■ Resuelve.

a) $x - \sqrt{x} = 2$

b) $x - \sqrt{25 - x^2} = 1$

c) $x - \sqrt{169 - x^2} = 17$

d) $x + \sqrt{5x + 10} = 8$

e) $\sqrt{2x^2 + 7} = \sqrt{5 - 4x}$

f) $\sqrt{x+2} + 3 = x - 1$

a) $x - \sqrt{x} = 2$

$(x-2) = \sqrt{x} \rightarrow$ Elevamos al cuadrado ambos miembros:

$$x^2 - 4x + 4 = x \rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2} \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = 1 \end{cases}$$

Comprobación: $x_1 = 4 \rightarrow 4 - \sqrt{4} = 2$

$$x_2 = 1 \rightarrow 1 - \sqrt{1} = 0 \neq 2$$

Solución: $x = 4$

$$b) x - \sqrt{25 - x^2} = 1$$

$(x - 1)^2 = (\sqrt{25 - x^2})^2 \rightarrow$ Elevamos al cuadrado ambos miembros:

$$x^2 - 2x + 1 = 25 - x^2 \rightarrow 2x^2 - 2x - 24 = 0 \rightarrow x^2 - x - 12 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 48}}{2} = \frac{1 \pm 7}{2} \begin{cases} 4 \\ -3 \end{cases}$$

Comprobación: $x_1 = 4 \rightarrow 4 - \sqrt{25 - 16} = 4 - 3 = 1$

$x_2 = -3 \rightarrow -3 - \sqrt{25 - 9} = -3 - 4 = -7 \neq 1$

Solución: $x = 4$

$$c) x - \sqrt{169 - x^2} = 17$$

$(x - 17)^2 = (\sqrt{169 - x^2})^2 \rightarrow$ Elevamos al cuadrado ambos miembros:

$$x^2 + 289 - 34x = 169 - x^2 \rightarrow 2x^2 - 34x + 120 = 0 \rightarrow x^2 - 17x + 60 = 0$$

$$x = \frac{17 \pm \sqrt{289 - 240}}{2} = \frac{17 \pm 7}{2} \begin{cases} x_1 = 12 \\ x_2 = 5 \end{cases}$$

Comprobación: $x_1 = 12 \rightarrow 12 - \sqrt{169 - 144} = 12 - 5 = 7 \neq 17$

$x_2 = 5 \rightarrow 5 - \sqrt{169 - 25} = 5 - 12 = -7 \neq 17$

No tiene solución.

$$d) x + \sqrt{5x + 10} = 8$$

$(\sqrt{5x + 10})^2 = (8 - x)^2 \rightarrow$ Elevamos al cuadrado ambos miembros:

$$5x + 10 = 64 + x^2 - 16x \rightarrow x^2 - 21x + 54 = 0$$

$$x = \frac{21 \pm \sqrt{441 - 216}}{2} = \frac{21 \pm 15}{2} \begin{cases} x_1 = 18 \\ x_2 = 3 \end{cases}$$

Comprobación: $x_1 = 18 \rightarrow 18 + \sqrt{5 \cdot 18 + 10} = 18 + 10 = 28 \neq 8$

$x_2 = 3 \rightarrow 3 + \sqrt{5 \cdot 3 + 10} = 3 + 5 = 8$

Solución: $x = 3$

$$e) \sqrt{2x^2 + 7} = \sqrt{5 - 4x}$$

Elevando al cuadrado ambos miembros, obtenemos:

$$2x^2 + 7 = 5 - 4x$$

$$2x^2 + 4x + 2 = 0 \rightarrow x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4}}{2} = \frac{-2 \pm 0}{2} = -1$$

Comprobación: Si $x = -1 \rightarrow \sqrt{2 \cdot (-1)^2 + 7} = \sqrt{5 - 4 \cdot (-1)} \rightarrow \sqrt{9} = \sqrt{9}$ Cierto.

Solución: $x = -1$

$$f) \sqrt{x+2} + 3 = x - 1$$

$$\sqrt{x+2} = x - 1 - 3 \rightarrow \sqrt{x+2} = x - 4$$

Elevamos al cuadrado ambos miembros:

$$x + 2 = (x - 4)^2 \rightarrow x + 2 = x^2 + 8x + 16 \rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0$$

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 56}}{2} = \frac{9 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{9 \pm 5}{2} = \begin{matrix} 7 \\ 2 \end{matrix}$$

Comprobación: Si $x = 7 \rightarrow \sqrt{7+2} + 3 = \sqrt{9} + 3 = 3 + 3 = 6 = 7 - 1$ Válida.

Si $x = 2 \rightarrow \sqrt{2+2} + 3 = \sqrt{4} + 3 = 2 + 3 = 5 \neq 2 - 1$ No vale.

Solución: $x = 7$

18 ■■■ Resuelve estas ecuaciones:

$$a) \frac{2}{x} - \frac{1}{2x} = \frac{3x}{2}$$

$$b) \frac{800}{x} - 50 = \frac{600}{x+4}$$

$$c) \frac{1}{x^2} - 2 = \frac{3-x}{3x^2}$$

$$d) \frac{x}{2} = 1 + \frac{2x-4}{x+4}$$

$$a) \frac{2}{x} - \frac{1}{2x} = \frac{3x}{2}$$

Multiplicamos la ecuación por $2x$:

$$4 - 1 = 3x^2 \rightarrow 3x^2 = 3 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$$

Comprobación: Si $x = -1 \rightarrow \frac{2}{-1} - \frac{1}{2(-1)} = \frac{3(-1)}{2} \rightarrow -2 + \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$ Válida.

Si $x = 1 \rightarrow 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ Válida.

Soluciones: $x_1 = -1$, $x_2 = 1$

$$b) \frac{800}{x} - 50 = \frac{600}{x+4}$$

Multiplicamos la ecuación por $x(x+4)$:

$$800(x+4) - 50x(x+4) = 600x$$

$$800x + 3200 - 50x^2 - 200x = 600x \rightarrow -50x^2 + 3200 = 0 \rightarrow x^2 - 64 = 0$$

$$x^2 = 64 \rightarrow x = \pm 8$$

Comprobación: Si $x = -8 \rightarrow \frac{800}{-8} - 50 = \frac{600}{-8+4} \rightarrow -150 = \frac{600}{-4}$ Válida.

Si $x = 8 \rightarrow 100 - 50 = \frac{600}{12} \rightarrow 50 = 50$ Válida.

Soluciones: $x_1 = -8$, $x_2 = 8$

$$c) \frac{1}{x^2} - 2 = \frac{3-x}{3x^2}$$

Multiplicamos la ecuación por $3x^2$:

$$3 - 6x^2 = 3 - x \rightarrow 6x^2 - x = 0 \rightarrow x(6x - 1) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ 6x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{6} \end{cases}$$

Comprobación: Si $x = 0$, $\frac{1}{0}$ no existe, luego no es válida.

$$\text{Si } x = \frac{1}{6}, \frac{1}{\left(\frac{1}{6}\right)^2} - 2 = \frac{3 - \frac{1}{6}}{3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2} \rightarrow 36 - 2 = \frac{17}{\frac{3}{36}} \rightarrow$$

$$\rightarrow 34 = 17 \cdot 2 \text{ Válida.}$$

$$\text{Solución: } x = \frac{1}{6}$$

$$d) \frac{x}{2} = 1 + \frac{2x-4}{x+4}$$

Multiplicamos la ecuación por $2(x+4)$:

$$x(x+4) = 2(x+4) \cdot 2(2x+4)$$

$$x^2 + 4x = 2x + 8 + 4x - 8 \rightarrow x^2 - 2x = 0 \rightarrow x(x-2) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \end{cases}$$

$$\text{Comprobación: Si } x = 0 \rightarrow \frac{0}{2} = 1 + \frac{0-4}{0+4} \rightarrow 0 = 1 - 1 \text{ Válida.}$$

$$\text{Si } x = 2 \rightarrow \frac{2}{2} = 1 + \frac{4-4}{2+4} \rightarrow 1 = 1 + 0 \text{ Válida.}$$

Soluciones: $x_1 = 0$, $x_2 = 2$

19 ■■■ Resuelve:

$$a) \frac{100}{x} + 5 = \frac{90}{x-4}$$

$$b) \frac{250}{x+1} - 5 = 3(4x-1)$$

$$c) \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} = \frac{5}{9}$$

$$d) \frac{2-x}{2} + \frac{4}{2+x} = 1$$

$$a) \frac{100}{x} + 5 = \frac{90}{x-4}$$

Multiplicamos la ecuación por $x(x-4)$:

$$100(x-4) + 5x(x-4) = 90x \rightarrow 100x - 400 + 5x^2 - 20x = 90x \rightarrow$$

$$\rightarrow 5x^2 - 10x - 400 = 0 \rightarrow x^2 - 2x - 80 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 320}}{2} = \frac{2 \pm 18}{2} = \begin{cases} 10 \\ -8 \end{cases}$$

$$\text{Comprobación: Si } x = -8 \rightarrow \frac{100}{-8} + 5 = \frac{90}{-8-4} \rightarrow -\frac{25}{2} + 5 = \frac{90}{-12}$$

$$\rightarrow -\frac{15}{2} = -\frac{15}{2} \text{ Válida.}$$

$$\text{Si } x = 10 \rightarrow 10 + 5 = \frac{90}{10-4} \rightarrow 15 = 15 \text{ Válida.}$$

Soluciones: $x_1 = -8$, $x_2 = 10$

$$b) \frac{250}{x+1} - 5 = 3(4x-1)$$

Multiplicamos la ecuación por $x+1$:

$$250 - 5(x+1) = 3(4x+1)(x+1)$$

$$250 - 5x - 5 = 3(4x^2 + 4x - x - 1)$$

$$250 - 5x - 5 = 12x^2 + 9x - 3 \rightarrow 12x^2 + 14x - 248 = 0 \rightarrow 6x^2 + 7x - 124 = 0$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 2976}}{12} = \frac{-7 \pm \sqrt{3025}}{12} = \frac{-7 \pm 55}{12} = \begin{cases} \frac{48}{12} = 4 \\ -\frac{62}{12} = -\frac{31}{6} \end{cases}$$

$$\text{Comprobación: Si } x = \frac{-31}{6} \rightarrow \frac{250}{\frac{-31}{6} + 1} - 5 = \frac{250}{-\frac{25}{6}} - 5 = 65 \text{ Coincide.}$$

$$3\left(4 \cdot \left(-\frac{31}{6}\right) - 1\right) = 3 \cdot \left(-\frac{62}{3}\right) - 1 = 3 \cdot \left(-\frac{65}{3}\right) = -65$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Si } x = 4 \rightarrow \frac{250}{5} - 5 = 50 - 5 = 45 \\ 3 \cdot (4 \cdot 4 - 1) = 3 \cdot 15 = 45 \end{array} \right\} \text{Coincide.}$$

Soluciones: $x_1 = -\frac{31}{6}$, $x_2 = 4$

$$c) \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} = \frac{5}{9}$$

Multiplicamos la ecuación por $9x^2$:

$$9x + 18 = 5x^2 \rightarrow 5x^2 - 9x - 18 = 0$$

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 360}}{10} = \frac{9 \pm \sqrt{441}}{10} = \frac{9 \pm 21}{10} = \begin{cases} \frac{30}{10} = 3 \\ -\frac{12}{10} = -\frac{6}{5} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Comprobación: Si } x = -\frac{6}{5} \rightarrow \frac{1}{-\frac{6}{5}} + \frac{2}{\left(-\frac{6}{5}\right)^2} &= -\frac{5}{6} + \frac{50}{36} = \frac{-30 + 50}{36} = \\ &= \frac{20}{36} = \frac{5}{9} \text{ Válida.} \end{aligned}$$

$$\text{Si } x = 3 \rightarrow \frac{1}{3} + \frac{2}{9} = \frac{3 + 2}{9} = \frac{5}{9} \text{ Válida.}$$

$$\text{Soluciones: } x_1 = -\frac{6}{5}, x_2 = 3$$

$$d) \frac{2-x}{2} + \frac{4}{2+x} = 1$$

Multiplicamos la ecuación por $2(2+x)$:

$$(2-x)(2+x) + 4 \cdot 2 = 2(2+x)$$

$$4 - x^2 + 8 = 4 + 2x \rightarrow x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 32}}{2} = \frac{-2 \pm 6}{2} = \begin{cases} 2 \\ -4 \end{cases}$$

$$\text{Comprobación: Si } x = -4 \rightarrow \frac{6}{2} + \frac{4}{-2} = 3 - 2 = 1 \text{ Válida.}$$

$$\text{Si } x = 2 \rightarrow \frac{0}{2} + \frac{4}{4} = 0 + 1 = 1 \text{ Válida.}$$

$$\text{Soluciones: } x_1 = -4, x_2 = 2$$

20 ■■■ Calcula la solución de las siguientes ecuaciones:

a) $(x^2 - 9)(\sqrt{x} - 3) = 0$

b) $x(\sqrt{x} - x + 2) = 0$

c) $(2x^2 + 6)(\sqrt{x} - 2) = 0$

d) $(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1) = 0$

$$a) (x^2 - 9)(\sqrt{x} - 3) = 0 \begin{cases} x^2 - 9 = 0 \rightarrow x^2 = 9 \rightarrow x = \pm 3 \\ \sqrt{x} - 3 = 0 \rightarrow \sqrt{x} = 3 \rightarrow x = 9 \end{cases}$$

La solución $x = -3$ no es válida, por que $\sqrt{-3}$ no existe.

$$\text{Soluciones: } x_1 = 3, x_2 = 9$$

b) $x(\sqrt{x} - x + 2) = 0$. Igualamos a 0 cada factor:

$$x = 0$$

$$\sqrt{x} - x + 2 = 0 \rightarrow \sqrt{x} = x - 2 \rightarrow x = (x - 2)^2 \rightarrow x = x^2 - 4x + 4 \rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2} = \begin{cases} 4 \\ 1 \end{cases}$$

Comprobación: Si $x = 1 \rightarrow \sqrt{1} - 1 + 2 = 2 \neq 0$ No vale.

Si $x = 4 \rightarrow \sqrt{4} - 4 + 2 = 2 - 4 + 2 = 0$ Válida.

Soluciones: $x_1 = 0$, $x_2 = 4$

c) $(2x^2 + 6)(\sqrt{x} - 2) = 0 \begin{cases} 2x^2 + 6 = 0 \rightarrow x^2 = -3 \text{ No hay solución.} \\ \sqrt{x} - 2 = 0 \rightarrow \sqrt{x} = 2 \rightarrow x = 4 \end{cases}$

Solución: $x = 4$

d) $(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1) = 0 \rightarrow (\sqrt{x})^2 - 1^2 = 0 \rightarrow x - 1 = 0 \rightarrow x = 1$

Solución: $x = 1$

Inecuaciones

21 Resuelto en el libro de texto.

22 Halla el conjunto de soluciones de las inecuaciones siguientes:

a) $3x - 7 < 5$

b) $2 - x > 3$

c) $7 \geq 8x - 5$

d) $1 - 5x \leq -8$

e) $6 < 3x - 2$

f) $-4 \geq 1 - 10x$

a) $3x - 7 < 5$

$$3x < 5 + 7 \rightarrow x < \frac{12}{3} \rightarrow x < 4 \rightarrow (-\infty, 4)$$

b) $2 - x > 3$

$$-x > 1 \rightarrow x < -1 \rightarrow (-\infty, -1)$$

c) $7 \geq 8x - 5$

$$8x \geq 7 + 5 \rightarrow x \geq \frac{12}{8} \rightarrow x \geq \frac{3}{2} \rightarrow \left(-\infty, \frac{3}{2}\right]$$

d) $1 - 5x \leq -8$

$$-5x \leq -9 \rightarrow x \leq \frac{9}{5} \rightarrow \left[\frac{9}{5}, +\infty\right)$$

e) $6 < 3x - 2 \rightarrow 6 + 2 < 3x \rightarrow 8 < 3x \rightarrow x > \frac{8}{3} \rightarrow \left(\frac{8}{3}, +\infty\right)$

$$f) -4 \geq 1 - 10x \rightarrow 10x \geq 1 + 4 \rightarrow 10x \geq 5 \rightarrow x \geq \frac{5}{10} \rightarrow x \geq \frac{1}{2} \rightarrow \left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$$

23 ■■■ Resuelve las siguientes inecuaciones:

$$a) \frac{2(x+2)}{3} < 2x \qquad b) \frac{x-1}{2} > x+1$$

$$c) \frac{x-4}{4} + 1 \leq \frac{x+4}{8} \qquad d) 1-x \leq \frac{x}{3}$$

$$a) \frac{2(x+2)}{3} < 2x$$

$$2x + 4 < 6x \rightarrow 4x > 4 \rightarrow x > 1 \rightarrow (1, +\infty)$$

$$b) \frac{x-1}{2} > x+1$$

$$x-1 > 2x+2 \rightarrow x < -3 \rightarrow (-\infty, -3)$$

$$c) \frac{x-4}{4} + 1 \leq \frac{x+4}{8}$$

$$2x-8+8 \leq x+4 \rightarrow x \leq 4 \rightarrow (-\infty, 4]$$

$$d) 1-x \leq \frac{x}{3}$$

$$3-3x \leq x \rightarrow -4x \leq -3 \rightarrow x \leq \frac{3}{4} \rightarrow \left[\frac{3}{4}, +\infty\right)$$

24 ■■■ Traduce a lenguaje algebraico:

a) El cuadrado de un número es menor que el doble de ese número más 15.

b) Si creciera 15 cm, superaría la estatura que se requiere para entrar en el equipo de baloncesto, que es 1,80 cm.

c) El perímetro de un cuadrado es menor que 15.

a) $x \rightarrow$ número

$$x^2 < 2x + 15$$

b) $x =$ estatura actual $\rightarrow x + 15 > 1,80$

c) Llamamos x al lado del cuadrado \rightarrow Perímetro = $4x$

$$\text{Por tanto } 4x < 15 \rightarrow x < \frac{15}{4} \rightarrow x < 3,75$$

El lado del cuadrado está en el intervalo $(0; 3,75)$ ya que una longitud negativa no tiene sentido.

PÁGINA 110

25 ■■■ Halla el conjunto de soluciones de los siguientes sistemas de inecuaciones:

$$\text{a) } \begin{cases} x - 1 > 0 \\ x + 3 > 0 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2 - x > 0 \\ 2 + x \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x + 1 \geq 0 \\ x - 4 \leq 0 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} x > 0 \\ 3 - x \leq 0 \end{cases}$$

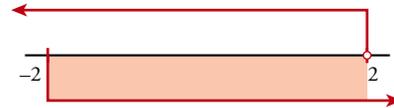
$$\text{a) } \begin{cases} x - 1 > 0 \\ x + 3 > 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x > -3 \end{cases}$$

Soluciones: $(1, +\infty)$



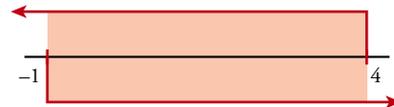
$$\text{b) } \begin{cases} 2 - x > 0 \\ 2 + x \geq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x \geq -2 \end{cases}$$

Soluciones: $[-2, 2)$



$$\text{c) } \begin{cases} x + 1 \geq 0 \\ x - 4 \leq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq 4 \end{cases}$$

Soluciones: $[-1, 4]$



$$\text{d) } \begin{cases} x > 0 \\ 3 - x \leq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 3 \leq x \rightarrow x \geq 3 \end{cases}$$

Soluciones: $[3, +\infty)$



26 ■■■ Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones:

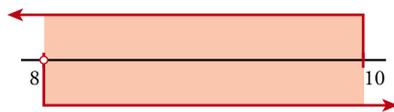
$$\text{a) } \begin{cases} 2x + 4 > 20 \\ x - 25 \leq 5 - 2x \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 4x + 6 \leq 2x + 16 \\ 3x + 2 \geq 2x + 5 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x - 3 < 2x + 1 \\ 5 - 2x > 3x \end{cases}$$

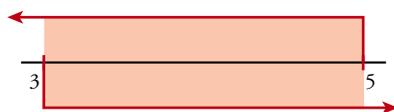
$$\text{d) } \begin{cases} 4x - 5 \geq 11 \\ x + 2 < 12 - x \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + 4 > 20 \\ x - 25 \leq 5 - 2x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x > 20 - 4 \\ x + 2x \leq 5 + 25 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x > 16 \\ 3x \leq 30 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > 8 \\ x \leq 10 \end{cases}$$



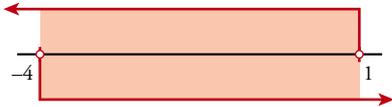
Soluciones: $(8, 10]$

$$\text{b) } \begin{cases} 4x + 6 \leq 2x + 16 \\ 3x + 2 \geq 2x + 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4x - 2x \leq 16 - 6 \\ 3x - 2x \geq 5 - 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x \leq 10 \\ x \geq 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \leq 5 \\ x \geq 3 \end{cases}$$



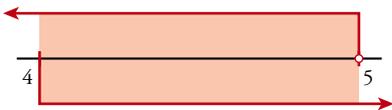
Soluciones: $[3, 5]$

$$c) \begin{cases} x - 3 < 2x + 1 \\ 5 - 2x > 3x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x - 2x < 1 + 3 \\ -2x - 3x > -5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -x < 4 \\ -5x > -5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > -4 \\ x < 1 \end{cases}$$



Soluciones: $(-4, 1)$

$$d) \begin{cases} 4x - 5 \geq 11 \\ x + 2 < 12 - x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x \geq 11 + 5 \\ x + x < 12 - 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4x \geq 16 \\ 2x < 10 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ x < 5 \end{cases}$$



Soluciones: $[4, 5)$

PIENSA Y RESUELVE

- 27** ■■■ Una persona compra un equipo de música y un ordenador por 2 500 €, y los vende, después de algún tiempo, por 2 157,5 €. Con el equipo de música perdió el 10% de su valor, y con el ordenador, el 15%. ¿Cuánto le costó cada uno?

Llamamos x = precio de compra del equipo de música.

El ordenador costó, pues, $2\,500 - x$.

Con el equipo de música perdió un 10% \rightarrow el precio de venta fue entonces el 90% de $x = 0,9x$.

Con el ordenador perdió un 15% \rightarrow el precio de venta fue $0,85(2\,500 - x)$.

La ecuación a resolver es:

$$0,9x + 0,85(2\,500 - x) = 2\,157,5 \text{ €}$$

$$0,9x + 2\,125 - 0,85x = 2\,157,5 \rightarrow 0,05x = 32,5 \rightarrow x = 650$$

El equipo de música costó 650 €, y el ordenador, $2\,500 - 650 = 1\,850$ €

- 28** ■■■ Calcula la edad de Alberto sabiendo que dentro de 22 años tendrá el triple de su edad actual.

x = "Edad actual de Alberto"

Dentro de 22 años tendrá $x + 22$ años.

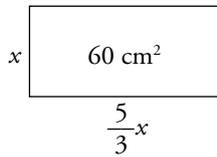
Edad dentro de 22 años = $3 \cdot$ Edad actual

$$\underbrace{x + 22}_{\text{Edad dentro de 22 años}} = \underbrace{x}_{\text{Edad actual}} \cdot 3 \rightarrow x + 22 = 3x$$

$$22 = 2x \rightarrow x = 11$$

Alberto tiene 11 años.

- 29** ■■■ El área de una lámina de bronce es de 60 cm^2 y su base mide $\frac{5}{3}$ de su altura. Halla las dimensiones de la lámina.



$$\text{Área del rectángulo: } \frac{5}{3}x - x = \frac{5}{3}x^2$$

$$\text{La ecuación a resolver es: } \frac{5}{3}x^2 = 60 \rightarrow$$

$$\rightarrow 5x^2 = 180 \rightarrow x^2 = 36 \rightarrow x = 6 \text{ (la solución negativa } x = -6 \text{ no es válida, por ser } x \text{ una longitud).}$$

$$\frac{5}{3}x = \frac{5}{3} \cdot 6 = 10$$

Las dimensiones de la lámina son: altura 6 cm y base 10 cm.

- 30** ■■■ Resuelto en el libro de texto.

- 31** ■■■ Un granjero va al mercado para vender una partida de botellas de leche a $0,50 \text{ €}$ la botella. En el camino se le rompen 60 botellas. Para obtener el mismo beneficio, aumenta en $0,05 \text{ €}$ el precio de cada botella. ¿Con cuántas botellas salió de la granja? ¿Cuánto dinero pretende ganar?

Llamamos $x = n.^\circ$ de botellas de leche con las que salió de la granja.

x botellas a $0,50 \text{ €}$ cada una $\rightarrow 0,50x$ es el dinero obtenido.

Se rompen 60 botellas. Le quedan para vender $x - 60$ a $0,50 + 0,05 = 0,55 \text{ €}$ cada una $\rightarrow 0,55(x - 60)$ es el dinero obtenido.

El dinero conseguido vendiendo x o $x - 60$ botellas es el mismo.

$$0,50x = 0,55(x - 60) \rightarrow 0,50x = 0,55x - 33 \rightarrow 33 = 0,55x - 0,50x \rightarrow$$

$$\rightarrow 33 = 0,05x \rightarrow x = 660$$

Salió de la granja con 660 botellas y pretende ganar $0,50 \cdot 660 = 330 \text{ €}$.

- 32** ■■■ En un triángulo rectángulo, uno de los catetos mide los $\frac{3}{5}$ de la hipotenusa, y el otro cateto mide 5 cm menos que esta. Halla el perímetro del triángulo.

$$x^2 = \left(\frac{3}{5}x\right)^2 + (x - 5)^2 \rightarrow x^2 = \frac{9}{25}x^2 + x^2 + 25 - 10x \rightarrow$$

$$\rightarrow 25x^2 = 9x^2 + 25x^2 + 625 - 250x$$

$$9x^2 - 250x + 625 = 0$$

$$x = \frac{250 \pm \sqrt{62500 - 22500}}{18} = \frac{250 \pm 200}{18} \begin{cases} x_1 = 25 \\ x_2 = \frac{50}{18} = \frac{25}{9} < 5 \end{cases}$$

Para que la longitud de los lados sea positiva, se ha de tener $x > 5$, luego la solución es $x = 25$.

$$\text{Perímetro} = \frac{3}{5} \cdot 25 + 25 - 5 + 25 = 15 + 20 + 25 = 60 \text{ cm}$$

- 33** ■■■ Los lados de un triángulo miden 18 cm, 16 cm y 9 cm, respectivamente. Si restamos una misma cantidad a los tres lados, obtenemos un triángulo rectángulo. ¿Qué cantidad es esa?

$$(18 - x)^2 = (16 - x)^2 + (9 - x)^2$$

$$324 + x^2 - 36x = 256 + x^2 - 32x + 81 + x^2 - 18x \rightarrow x^2 - 14x + 13 = 0$$

$$x = \frac{14 \pm \sqrt{196 - 52}}{2} = \frac{14 \pm 12}{2} \begin{cases} x_1 = 13 \\ x_2 = 1 \end{cases}$$

$x = 13$ no puede ser, porque nos quedaría una longitud negativa ($9 - 13 < 0$).

Solución: $x = 1$ cm es la cantidad restada.

- 34** ■■■ Si se aumenta en 3 m el lado de un cuadrado, la superficie aumenta en 75 m². ¿Cuál es su lado?

$$(x + 3)^2 = x^2 + 75 \rightarrow x^2 + 6x + 9 = x^2 + 75 \rightarrow 6x = 66 \rightarrow x = 11$$

El lado del cuadrado mide 11 m.

- 35** ■■■ La suma de dos números es 40. Hállalos, sabiendo que el menor más la raíz cuadrada del mayor es 10.

Llamamos $x = n.^\circ$ mayor y $40 - x = n.^\circ$ menor.

$$40 - x + \sqrt{x} = 10 \rightarrow \sqrt{x} = 10 - 40 + x \rightarrow \sqrt{x} = x - 30$$

Elevamos al cuadrado ambos miembros:

$$x = (x - 30)^2$$

$$x = x^2 - 60x + 900 \rightarrow x^2 - 61x + 900 = 0$$

$$x = \frac{61 \pm \sqrt{121}}{2} = \frac{61 \pm 11}{2} = \begin{cases} 25 \\ 36 \end{cases}$$

Comprobamos si ambas soluciones son válidas sustituyendo en la ecuación:

- Si $x = 25 \rightarrow 40 - 25 + \sqrt{25} = 15 + 5 = 20 \neq 10$ No vale
- Si $x = 36 \rightarrow 40 - 36 + \sqrt{36} = 4 + 6 = 10$

Los números son 36 y $40 - 36 = 4$.

- 36** ■■■ Un grupo de estudiantes alquila un piso por 700 € al mes. Si fueran dos más, cada uno pagaría 40 € menos. ¿Cuántos son?

Si hubiese x estudiantes, cada uno pagaría $\frac{700}{x}$.

Si hubiese $x + 2$ estudiantes, cada uno pagaría 40 € menos $\rightarrow \frac{700}{x} - 40$

$$(x + 2) \left(\frac{700}{x} - 40 \right) = 700$$

$$700 - 40x + \frac{1400}{x} - 80 = 700 \rightarrow -40x^2 - 80x + 1400 = 0$$

$$\begin{aligned}
 x^2 + 2x - 35 = 0 &\rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 140}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{144}}{2} = \\
 &= \frac{-2 \pm 12}{2} = \begin{cases} 5 \\ -7 \end{cases} \text{ solución no válida.}
 \end{aligned}$$

Han alquilado el piso 5 estudiantes.

37 ■■■ Resuelto en el libro de texto.

38 ■■■ Un profesor de lengua calcula la nota final de sus alumnos mediante dos exámenes: uno escrito, que es el 75% de la nota final, y otro de lectura, que es el 25%. Un alumno obtiene en el de lectura un 6. ¿Qué nota tiene que sacar en el escrito para obtener como nota final al menos un notable (a partir de 7)?

Llamamos x = nota obtenida en el examen escrito.

$$\text{Nota final} = 75\% \underbrace{\text{ESCRITO}}_x + 25\% \underbrace{\text{LECTURA}}_6 \rightarrow 0,75x + 0,25 \cdot 6 \geq 7$$

$$0,75x + 1,5 \geq 7 \rightarrow 0,75x \geq 5,5 \rightarrow x \geq 7,33$$

En el examen escrito tiene que sacar al menos un 7,33.