

PÁGINA 37

PRACTICA**Operaciones con números enteros. Calculadora**

1 ■■■ Calcula paso a paso y comprueba el resultado con la calculadora utilizando las teclas de paréntesis.

a) $2(15 - 7)^2 - 4^3$ b) $3 - 2(2^4 - 3 \cdot 5)^5$ c) $(3 \cdot 5^2 - 2^3 \cdot 5) : 7$

d) $8(2 - 5)^3 : 6^2$ e) $1 - [2^3(5 - 3^2)] : 32$ f) $-[3 - (-7)^2] - 2^4$

a) $2 \cdot 8^2 - 64 = 128 - 64 = 64$

b) $3 - 2(16 - 15)^5 = 3 - 2 = 1$

c) $(3 \cdot 25 - 8 \cdot 5) : 7 = 35 : 7 = 5$

d) $8(-3)^3 : 36 = -216 : 36 = -6$

e) $1 - [8(5 - 9)] : 32 = 1 - (-32) : 32 = 1 + 1 = 2$

f) $-(3 - 49) - 16 = 46 - 16 = 30$

Fracciones

2 ■■■ Agrupa las fracciones que sean equivalentes.

$$\frac{21}{49} \quad \frac{24}{36} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{14}{21} \quad \frac{10}{15} \quad \frac{15}{35} \quad \frac{3}{7}$$

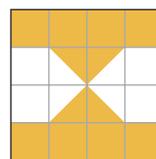
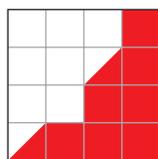
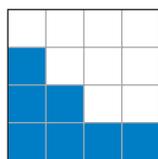
$$\frac{21}{49} = \frac{15}{35} = \frac{3}{7} \quad \frac{24}{36} = \frac{14}{21} = \frac{10}{15} \quad \frac{4}{5}$$

3 ■■■ Simplifica las fracciones siguientes:

$$\frac{24}{60} \quad \frac{114}{72} \quad \frac{51}{68} \quad \frac{26}{39} \quad \frac{125}{50} \quad \frac{225}{400}$$

$$\frac{24}{60} = \frac{2}{5}; \quad \frac{114}{72} = \frac{19}{12}; \quad \frac{51}{68} = \frac{3}{4}; \quad \frac{26}{39} = \frac{2}{3}; \quad \frac{125}{50} = \frac{5}{2}; \quad \frac{225}{400} = \frac{9}{16}$$

4 ■■■ Expresa en forma de fracción la parte coloreada de estas figuras:



$$\text{Azul} = \frac{7}{16}; \quad \text{rojo} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}; \quad \text{amarillo} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$$

1 Soluciones a los ejercicios y problemas

5 ■■■ En cada apartado, reduce a común denominador y ordena de menor a mayor:

a) $\frac{5}{6}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{7}{10}, \frac{8}{15}$ b) $-\frac{1}{2}, -\frac{5}{8}, -\frac{7}{12}, -\frac{3}{4}$ c) $\frac{11}{24}, -\frac{7}{4}, \frac{3}{8}, -\frac{1}{6}, \frac{5}{12}, -\frac{5}{3}$

a) $\frac{25}{30}, \frac{18}{30}, \frac{20}{30}, \frac{21}{30}, \frac{16}{30} \rightarrow \frac{8}{15} < \frac{3}{5} < \frac{2}{3} < \frac{7}{10} < \frac{5}{6}$

b) $-\frac{12}{24}, -\frac{15}{24}, -\frac{14}{24}, -\frac{18}{24} \rightarrow -\frac{3}{4} < -\frac{5}{8} < -\frac{7}{12} < -\frac{1}{2}$

c) $\frac{11}{24}, -\frac{42}{24}, \frac{9}{24}, -\frac{4}{24}, \frac{10}{24}, -\frac{40}{24} \rightarrow -\frac{7}{4} < -\frac{5}{3} < -\frac{1}{6} < \frac{3}{8} < \frac{5}{12} < \frac{11}{24}$

6 ■■■ Efectúa y simplifica descomponiendo en factores como en el ejemplo:

• $\frac{15}{21} \cdot \frac{7}{25} = \frac{15 \cdot 7}{21 \cdot 25} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 7}{3 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{1}{5}$

a) $\frac{3}{5} \cdot \frac{20}{21}$

b) $\frac{6}{25} \cdot \frac{5}{18}$

c) $\frac{12}{7} \cdot \frac{35}{36}$

d) $\frac{9}{16} \cdot \frac{20}{27}$

e) $\frac{13}{12} \cdot \frac{84}{65}$

f) $\frac{90}{35} \cdot \frac{14}{36}$

a) $\frac{3 \cdot 20}{5 \cdot 21} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 5}{5 \cdot 3 \cdot 7} = \frac{4}{7}$

b) $\frac{6 \cdot 5}{25 \cdot 18} = \frac{6 \cdot 5}{5 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 3} = \frac{1}{15}$

c) $\frac{12 \cdot 35}{7 \cdot 36} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{7 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{5}{3}$

d) $\frac{9 \cdot 20}{16 \cdot 27} = \frac{9 \cdot 4 \cdot 5}{4 \cdot 4 \cdot 9 \cdot 3} = \frac{5}{12}$

e) $\frac{13 \cdot 84}{12 \cdot 65} = \frac{13 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 7}{4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 13} = \frac{7}{5}$

f) $\frac{90 \cdot 14}{35 \cdot 36} = \frac{9 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 7}{7 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 2} = 1$

7 ■■■ Expresa como suma de un número entero y una fracción igual que se hace en el ejemplo:

• $\frac{8}{3} = \frac{6+2}{3} = \frac{6}{3} + \frac{2}{3} = 2 + \frac{2}{3}$

a) $\frac{8}{5}$

b) $\frac{15}{8}$

c) $\frac{16}{7}$

d) $-\frac{3}{2}$

e) $-\frac{7}{3}$

a) $\frac{8}{5} = \frac{5+3}{5} = 1 + \frac{3}{5}$

b) $\frac{15}{8} = \frac{8+7}{8} = 1 + \frac{7}{8}$

c) $\frac{16}{7} = \frac{14+2}{7} = 2 + \frac{2}{7}$

d) $-\frac{3}{2} = \frac{-2-1}{2} = -1 - \frac{1}{2}$

e) $-\frac{7}{3} = \frac{-6-1}{3} = -2 - \frac{1}{3}$

1 Soluciones a los ejercicios y problemas

Cálculo mental

8 ■■■ Calcula mentalmente.

a) $-17 + (-13)$

b) $-15 + 17 - (-8)$

c) $5(-7 - 5)$

d) $-50 - 5(-11)$

e) $-3(6 + 4) + 7$

f) $(-3)^2 - (-2)^3$

a) -30

b) 10

c) -60

d) 5

e) -23

f) 17

9 ■■■ Calcula y simplifica mentalmente.

a) $2 + \frac{1}{3}$

b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

c) $\frac{1}{2} - \frac{1}{5}$

d) $2 \cdot \frac{5}{4}$

e) $\frac{2}{3} : 2$

f) $\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{3}$

g) $\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{4}$

h) $\frac{12}{7} : 3$

i) $\frac{7}{3} \cdot 21$

a) $\frac{7}{3}$

b) $\frac{3}{4}$

c) $\frac{3}{10}$

d) $\frac{5}{2}$

e) $\frac{1}{3}$

f) $\frac{1}{5}$

g) $\frac{3}{2}$

h) $\frac{4}{7}$

i) 49

10 ■■■ Calcula mentalmente el número que se pide en cada caso:

a) Los dos tercios de un número valen 22. ¿Cuál es el número?

b) Los cinco cuartos de un número valen 35. ¿Cuál es el número?

c) Los siete décimos de una cantidad son 210. ¿Cuál es esa cantidad?

a) 33

b) 28

c) 300

Operaciones con fracciones

11 ■■■ Calcula paso a paso y, después, comprueba el resultado con la calculadora utilizando las teclas de fracción y paréntesis.

a) $\frac{3}{5} \left(2 - \frac{1}{3} \right) + \frac{1}{6} : \frac{1}{2}$

b) $-\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} : \frac{2}{3} \right)$

c) $3 - \frac{2}{3} \left(1 - \frac{1}{4} \right)^2 + \frac{3}{8} (-2)$

d) $\left(\frac{5}{2} - \frac{5}{6} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} \right) : \left[2 - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{5}{3} \right) \right]$

a) $\frac{3}{5} \left(\frac{5}{3} \right) + \frac{1}{6} : \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$

b) $-\frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \left(\frac{1}{3} + \frac{3}{4} \right) = -\frac{8}{12} + \frac{9}{12} - \frac{4}{12} - \frac{9}{12} = -1$

1 Soluciones a los ejercicios y problemas

$$c) 3 - \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{16} - \frac{3}{4} = 3 - \frac{3}{8} - \frac{3}{4} = \frac{24}{8} - \frac{3}{8} - \frac{6}{8} = \frac{15}{8}$$

$$d) \left(\frac{5}{2} - \frac{5}{6} + \frac{1}{6}\right) : \left(2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{3}\right) = \frac{11}{6} : \left(2 - \frac{4}{3}\right) = \frac{11}{6} : \frac{2}{3} = \frac{11}{4}$$

PÁGINA 38

12 ■■■ Calcula y comprueba con la calculadora.

$$a) \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{6} \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3}\right)^2$$

$$b) 5 : \left(\frac{1}{2} + 1\right)^2 - 3 : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)$$

$$c) -\frac{3}{8} \left[3 - \frac{3}{5} - \left(\frac{17}{20} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{3} - 3\right)\right]$$

$$d) \left[\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{9}\right) + 13 \left(\frac{2}{3} - 1\right)^2\right] : \left(-\frac{2}{3}\right)$$

$$a) \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{16} - \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{24} - \frac{1}{24} = 0$$

$$b) 5 : \frac{9}{4} - 3 : \frac{1}{4} = \frac{20}{9} - 12 = -\frac{88}{9}$$

$$c) -\frac{3}{8} \left[3 - \frac{3}{5} - \left(-\frac{3}{20}\right) \cdot \left(-\frac{8}{3}\right)\right] = -\frac{3}{8} \left(3 - \frac{3}{5} - \frac{2}{5}\right) = -\frac{3}{8}(2) = -\frac{3}{4}$$

$$d) \left(\frac{5}{9} + 13 \cdot \frac{1}{9}\right) : \left(-\frac{2}{3}\right) = 2 : \left(-\frac{2}{3}\right) = -3$$

13 ■■■ Reduce a una fracción.

$$a) \frac{3 + \frac{1}{2}}{7 - \frac{3}{2}}$$

$$b) \frac{\frac{1}{4} - \frac{2}{3}}{\frac{5}{6} - \frac{7}{12}}$$

$$c) \frac{\frac{7}{8} \cdot \frac{3}{5}}{\frac{1}{5} - \frac{1}{2}}$$

$$a) \frac{\frac{7}{11}}{\frac{2}{11}} = \frac{7}{2}$$

$$b) \frac{\frac{-5}{12}}{\frac{3}{12}} = -\frac{5}{3}$$

$$c) \frac{\frac{21}{40}}{\frac{-3}{10}} = -\frac{7}{4}$$

1 Soluciones a los ejercicios y problemas

14 ■■■ Cuadrados mágicos. Completa cada casilla para que las filas, columnas y diagonales sumen lo mismo.

a)

1/6		5/6
	1/3	
1/2		

b)

		3/8
1/2	3/4	1

a)

1/6	2/3	5/6
1	1/3	1/3
1/2	2/3	1/2

b)

5/8	5/4	3/8
1/2	3/4	1
9/8	1/4	7/8

Potencias y raíces

15 ■■■ Calcula las potencias siguientes:

a) $(-3)^3$

b) $(-2)^4$

c) $(-2)^{-3}$

d) -3^2

e) -4^{-1}

f) $(-1)^{-2}$

g) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$

h) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}$

i) $\left(\frac{4}{3}\right)^0$

a) -27

b) 16

c) $-\frac{1}{8}$

d) -9

e) $-\frac{1}{4}$

f) 1

g) 8

h) 4

i) 1

16 ■■■ Expresa como una potencia de base 2 ó 3.

a) 64

b) 243

c) $\frac{1}{32}$

d) $\frac{1}{3}$

e) $-\frac{1}{27}$

a) 2^6

b) 3^5

c) 2^{-5}

d) 3^{-1}

e) $-(3)^{-3}$

17 ■■■ Calcula.

a) $\left(\frac{3}{2} - 1\right)^{-3} : \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$

b) $\left(2 + \frac{1}{3}\right)^{-2} \cdot 3^{-2}$

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} : \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2$

b) $\left(\frac{7}{3}\right)^{-2} \cdot \frac{1}{9} = \frac{9}{49} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{49}$

18 ■■■ Expresa como potencia única.

a) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-3} : \left(\frac{3}{4}\right)^2$

b) $\frac{2^5 \cdot 2^{-7}}{2^{-4}}$

c) $\left[\left(\frac{1}{2} + 1\right)^{-1}\right]^3$

d) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 : \left(\frac{1}{4}\right)^2$

a) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-5}$

b) $\frac{2^{-2}}{2^{-4}} = 2^2$

c) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}$

d) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$

1 Soluciones a los ejercicios y problemas

19 ■■■ Calcula utilizando las propiedades de las potencias.

a) $\frac{6^4 \cdot 8^2}{3^2 \cdot 2^3 \cdot 2^4}$

b) $\frac{15^2 \cdot 4^2}{12^2 \cdot 10}$

c) $\frac{2^{-5} \cdot 4^3}{16}$

d) $\frac{2^5 \cdot 3^2 \cdot 4^{-1}}{2^3 \cdot 9^{-1}}$

e) $\frac{6^2 \cdot 9^2}{2^3 \cdot (-3)^2 \cdot 4^2}$

f) $\frac{2^{-5} \cdot 8 \cdot 9 \cdot 3^{-2}}{2^{-4} \cdot 4^2 \cdot 6^{-1}}$

👁 Mira el ejercicio resuelto 2 c) de la página 28.

a) $\frac{2^4 \cdot 3^4 \cdot 2^6}{3^2 \cdot 2^7} = 2^3 \cdot 3^2 = 72$

b) $\frac{3^2 \cdot 5^2 \cdot 2^4}{2^4 \cdot 3^2 \cdot 2 \cdot 5} = \frac{5}{2}$

c) $\frac{2^{-5} \cdot 2^6}{2^4} = 2^{-3} = \frac{1}{8}$

d) $\frac{2^5 \cdot 3^2 \cdot 2^{-2}}{2^3 \cdot 3^{-2}} = 3^4 = 81$

e) $\frac{2^2 \cdot 3^2 \cdot 3^4}{2^3 \cdot 3^2 \cdot 2^4} = 2^{-5} \cdot 3^4 = \frac{81}{32}$

f) $\frac{2^{-5} \cdot 2^3 \cdot 3^2 \cdot 3^{-2}}{2^{-4} \cdot 2^4 \cdot 2^{-1} \cdot 3^{-1}} = \frac{3}{2}$

20 ■■■ Simplifica.

a) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-4} \frac{a^3}{b^2}$

b) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-3} \cdot (a^{-1})^{-2}$

c) $\left(\frac{1}{a}\right)^{-3} \left(\frac{a}{b}\right)^{-2}$

d) $\left[\left(\frac{b}{a}\right)^{-3}\right]^{-1} (a^{-1} \cdot b)^{-2}$

a) $\frac{a^{-1}}{b^{-2}} = \frac{b^2}{a}$

b) $\frac{b^3}{a^3} \cdot a^2 = \frac{b^3}{a}$

c) $\frac{a^3 \cdot a^{-2}}{b^{-2}} = a \cdot b^2$

d) $\frac{b^3}{a^3} \cdot a^2 \cdot b^{-2} = \frac{b}{a}$

21 ■■■ Calcula.

a) $\sqrt[4]{16}$

b) $\sqrt{\frac{16}{25}}$

c) $\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$

d) $\sqrt[5]{-1}$

a) 2

b) $\frac{4}{5}$

c) $\frac{1}{2}$

d) -1

22 ■■■ Halla las raíces siguientes:

a) $\sqrt[3]{216}$

b) $\sqrt[7]{-128}$

c) $\sqrt[5]{-243}$

d) $\sqrt[6]{4096}$

a) 6

b) -2

c) -3

d) 4

1 Soluciones a los ejercicios y problemas

PIENSA Y RESUELVE

23 ■■■ Una mezcla de cereales está compuesta por $\frac{7}{15}$ de trigo, $\frac{9}{25}$ de avena y el resto de arroz.

- a) ¿Qué parte de arroz tiene la mezcla?
b) ¿Qué cantidad de cada cereal habrá en 600 g de mezcla?

a) Parte de arroz: $1 - \left(\frac{7}{15} + \frac{9}{25}\right) = \frac{13}{75}$

b) Trigo = 280 g; avena = 216 g; arroz = 104 g.

24 ■■■ Los $\frac{5}{12}$ de las entradas de un teatro son butacas, $\frac{1}{4}$ son entresuelo, y el resto, anfiteatro. De las 720 entradas que tiene el teatro, ¿cuántas son de anfiteatro? ¿Qué parte del total representan?

$$\frac{5}{12} \cdot 720 = 300 \text{ butaca}$$

$$\frac{1}{4} \cdot 720 = 180 \text{ entresuelo}$$

$$720 - (300 + 180) = 240 \text{ son de anfiteatro}$$

$$\frac{240}{720} = \frac{1}{3} \rightarrow \text{ parte que representan las entradas de anfiteatro.}$$

25 ■■■ Julia gastó $\frac{1}{3}$ del dinero que tenía en libros y $\frac{2}{5}$ en discos. Si le han sobrado 36 €, ¿cuánto tenía?

$$1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5}\right) = \frac{4}{15}$$

$$\frac{4}{15} \text{ del total son } 36 \text{ €} \rightarrow \text{ total} = 36 \cdot \frac{15}{4} = 135 \text{ €}$$

26 ■■■ De los 300 libros de una biblioteca, $\frac{1}{6}$ son de poesía; 180, de novela, y el resto, de historia. ¿Qué fracción representan los libros de historia?

$$\frac{1}{6} \cdot 300 = 50 \text{ poesía; } 300 - (180 + 50) = 70$$

$$\frac{70}{300} = \frac{7}{30} \text{ son libros de historia.}$$

27 ■■■ El café pierde $\frac{1}{5}$ de su peso al tostarlo. Si queremos obtener 84 kg de café tostado, ¿qué cantidad de café tendremos que poner en la tostadora?

$$\frac{4}{5} \text{ del café sin tostar son } 84 \text{ kg de café tostado.}$$

$$84 \cdot \frac{5}{4} = 105 \text{ kg de café tendremos que poner en la tostadora.}$$

1 Soluciones a los ejercicios y problemas

PÁGINA 39

- 29** ■■■ Del dinero de una cuenta bancaria, retiramos primero los $\frac{3}{8}$ y, después, los $\frac{7}{10}$ de lo que quedaba. Si el saldo actual es 1 893 €, ¿cuánto había al principio?

Se retiran primero $\frac{3}{8}$ y, después, $\frac{5}{8} \cdot \frac{7}{10} = \frac{7}{16}$.

La parte que queda es $1 - \left(\frac{3}{8} + \frac{7}{16}\right) = \frac{3}{16}$ que son 1 893 €.

Lo que había al principio es $1\,893 \cdot \frac{16}{3} = 10\,096$ €.

- 30** ■■■ De un depósito de aceite, se vacía la mitad; de lo que queda, se vacía otra vez la mitad y, luego, los $\frac{11}{15}$ del resto. Si al final quedan 36 l, ¿cuántos había al principio?

Sacamos $\frac{1}{2}$; después, $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$. Queda $\left(1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4}$.

Sacamos $\frac{11}{15} \cdot \frac{1}{4} = \frac{11}{60} \rightarrow$ quedan $\frac{1}{4} - \frac{11}{60} = \frac{1}{15}$, que son 36 litros.

Lo que había al principio son $36 \cdot 15 = 540$ litros.

- 31** ■■■ Compró a plazos una bicicleta que vale 540 €. Pago el primer mes los $\frac{2}{9}$; el segundo, los $\frac{7}{15}$ de lo que me queda por pagar, y luego, 124 €.

a) ¿Cuánto he pagado cada vez?

b) ¿Qué parte del precio me queda por pagar?

a) Primer mes: $540 \cdot \frac{2}{9} = 120$ € \rightarrow quedan por pagar 420 €.

Segundo mes: $420 \cdot \frac{7}{15} = 196$ €.

Tercer mes: 124 €.

b) Quedan por pagar: $540 - (120 + 196 + 124) = 100$ €.

$\frac{100}{540} = \frac{5}{27} \rightarrow$ Parte que queda por pagar.

- 32** ■■■ Gasto $\frac{1}{10}$ de lo que tengo ahorrado en mi hucha; después, ingreso $\frac{1}{15}$ de lo que me queda y aún me faltan 36 € para volver a tener la cantidad inicial. ¿Cuál era esa cantidad?

Gasto $\frac{1}{10}$, quedan $\frac{9}{10}$; ingreso $\frac{1}{15} \cdot \frac{9}{10} = \frac{3}{50}$.

En la cuenta hay $1 - \frac{1}{10} + \frac{3}{50} = \frac{24}{25}$ de lo que había.

Falta $\frac{1}{25}$, que son 36 €.

La cantidad inicial es $25 \cdot 36 = 900$ €.

1 Soluciones a los ejercicios y problemas

- 33** ■■■ La diferencia entre las diagonales de un rombo es 14 cm, y la menor es $\frac{4}{11}$ de la mayor. Halla sus longitudes.

La diferencia entre la diagonal mayor y la menor es $1 - \frac{4}{11} = \frac{7}{11}$.

Como $\frac{7}{11}$ son 14 cm, la longitud de la diagonal mayor es $14 \cdot \frac{11}{7} = 22$ cm.

La menor mide $\frac{4}{11} \cdot 22 = 8$ cm.

- 34** ■■■ En un rectángulo, la base mide 4 cm más que la altura, y esta es los $\frac{7}{9}$ de la base. ¿Cuál es el perímetro del rectángulo?

La diferencia entre la base y la altura es $1 - \frac{7}{9} = \frac{2}{9}$ de la base, que son 4 cm.

La base mide $4 \cdot \frac{9}{2} = 18$ cm, y la altura, $\frac{7}{9} \cdot 18 = 14$ cm.

El perímetro del rectángulo es $(18 + 14) \cdot 2 = 64$ cm.

- 35** ■■■ Justifica cuál debe ser el valor de a , en cada caso, para que se verifique la igualdad:

a) $a^3 = 2^6$

b) $a^{-1} = 2$

c) $\sqrt{a} = \frac{4}{5}$

d) $\sqrt[4]{a} = 1$

e) $a^{-2} = \frac{1}{4}$

f) $a^{-5} = -1$

a) $a = 2^2$

b) $a = \frac{1}{2}$

c) $a = \frac{16}{25}$

d) $a = 1$

e) $a = 2$

f) $a = -1$

REFLEXIONA SOBRE LA TEORÍA

- 36** ■■■ Busca cuatro números fraccionarios comprendidos entre $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{2}$. ¿Cuántos puedes escribir?

Buscamos fracciones equivalentes a $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{2}$ con un denominador común, por ejemplo 36:

$$\frac{1}{3} = \frac{12}{36} \quad \frac{1}{2} = \frac{18}{36}$$

Entre $\frac{12}{36}$ y $\frac{18}{36}$ están comprendidas $\frac{13}{36}, \frac{14}{36}, \frac{15}{36}, \frac{16}{36}$.

Si en lugar de 36 elegimos un denominador común muy grande, podemos escribir tantas como queramos. Hay infinitas.

1 Soluciones a los ejercicios y problemas

37 ■■■ ¿Cuál es la fracción inversa de $-3/5$? ¿Y la de $1/7$? Justifica tu respuesta.

La inversa de $-\frac{3}{5}$ es $-\frac{5}{3}$ porque su producto es igual a 1: $\left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{5}{3}\right) = 1$

La de $\frac{1}{7}$ es 7, ya que $\frac{1}{7} \cdot 7 = 1$.

38 ■■■ La raíz de índice par de un número positivo tiene dos valores. Cuando escribimos $-\sqrt{4}$ nos referimos a la raíz negativa. Es decir, $-\sqrt{4} = -2$. ¿Cuál es el valor de las siguientes expresiones?:

- | | | |
|------------------|-------------------|-------------------|
| a) $-\sqrt{64}$ | b) $\sqrt[4]{81}$ | c) $-\sqrt{1}$ |
| d) $\sqrt[6]{1}$ | e) $-\sqrt{9}$ | f) $\sqrt[3]{-8}$ |
| a) -8 | b) 3 | c) -1 |
| d) 1 | e) -3 | f) -2 |

39 ■■■ ¿Por qué no se puede hallar la raíz de índice par de un número negativo?

Calcula, cuando sea posible, estas raíces:

- | | | |
|--------------------|--------------------|--------------------|
| a) $\sqrt[4]{256}$ | b) $\sqrt[3]{-27}$ | c) $\sqrt[4]{-16}$ |
| d) $\sqrt[5]{-1}$ | e) $-\sqrt{36}$ | f) $\sqrt[6]{-1}$ |

Porque al elevar un número negativo a un exponente par, obtenemos un número positivo.

- | | | |
|---------|---------|---------------|
| a) 4 | b) -3 | c) Imposible. |
| d) -1 | e) -6 | f) Imposible. |

40 ■■■ Si $a < b$, compara los pares de fracciones de cada apartado (a y b son números naturales):

- | | | |
|----------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| a) $\frac{1}{a}$ y $\frac{1}{b}$ | b) $\frac{a}{b}$ y $\frac{a}{b+1}$ | c) $\frac{a+1}{b}$ y $\frac{a}{b}$ |
| a) $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ | b) $\frac{a}{b} > \frac{a}{b+1}$ | c) $\frac{a+1}{b} > \frac{a}{b}$ |

PROFUNDIZA

41 ■■■ La diferencia entre dos fracciones es $1/3$ y la segunda es los $3/5$ de la primera. Calcula las dos fracciones.

$1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$ diferencia entre la mayor y la menor.

$\frac{2}{5}$ de la primera fracción es igual a $\frac{1}{3}$.

La primera es $\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{2} = \frac{5}{6}$.

La segunda es $\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{6} = \frac{1}{2}$.

1 Soluciones a los ejercicios y problemas

42 ■■■ Observa:

$$1 + \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots$$

- a) Halla el valor de la expresión con 4 sumandos.
b) Si aumentamos el número de sumandos, ¿aumenta o disminuye el valor de la expresión?
c) Calcula el valor de la expresión cuando el número de sumandos sea 100.
d) ¿A qué valor se aproxima la expresión cuando hay infinitos sumandos?

a) $1 + 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = 2 - \frac{1}{4} = \frac{7}{4}$

b) $1 + 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} = 2 - \frac{1}{6} = \frac{11}{6}$

Aumenta el valor de la expresión porque la fracción que le restamos al 2 va siendo más pequeña a medida que aumenta el número de sumandos.

c) Con 100 sumandos: $2 - \frac{1}{100} = \frac{199}{100}$

d) Cada vez restaremos a 2 un número menor.

Por ejemplo con 10 000 sumando obtenemos $2 - \frac{1}{10\,000}$ que es un número muy próximo a 2.

El valor de la expresión se aproxima a 2.

43 ■■■ ¿En qué número termina 2^{83} ?

 Observa en qué cifra terminan las sucesivas potencias de 2 y busca una regla que te permita saber la última cifra de cualquier potencia de base 2.

$$2^1 = 2 \quad 2^5 = 32$$

$$2^2 = 4 \quad 2^6 = 64$$

$$2^3 = 8 \quad 2^7 = 128$$

$$2^4 = 16 \quad 2^8 = 256$$

Las cifras 2, 4, 8, 6 se repiten de 4 en 4.

Como $83 = 80 + 3 \rightarrow 2^{83}$ terminará en la misma cifra que 2^3 , en 8.