

PÁGINA 217

PRACTICA

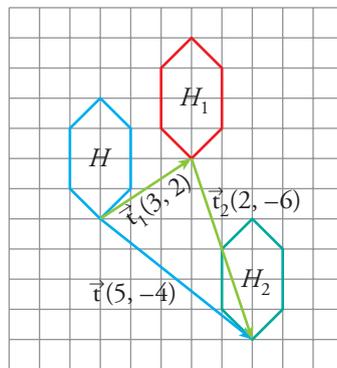
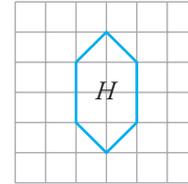
1

a) Representa en papel cuadriculado la figura H_1 obtenida a partir de H mediante la traslación del vector $\vec{t}_1(3, 2)$.

b) Dibuja la figura H_2 transformada de H_1 mediante la traslación $\vec{t}_2(2, -6)$.

c) Di cuál es el vector de la traslación que permite obtener H_2 a partir de H .

d) ¿Qué traslación habría que aplicar a H_2 para que se transformase en H ?

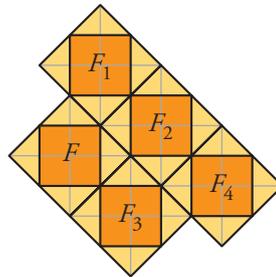


a) y b) en la figura.

c) Es el vector $\vec{t}(5, -4)$ que es la suma de \vec{t}_1 y \vec{t}_2 .

d) Habría que aplicar una traslación de vector $-\vec{t}(-5, 4)$.

2 Hemos aplicado a la figura F cuatro traslaciones para obtener F_1 , F_2 , F_3 y F_4 .



Determina los vectores \vec{t}_1 , \vec{t}_2 , \vec{t}_3 y \vec{t}_4 que nos permiten transformar F en cada una de las otras figuras.

De F a F_1 : $\vec{t}_1(1, 3)$

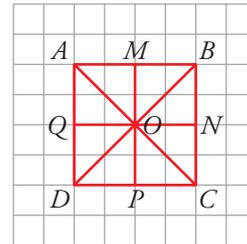
De F a F_2 : $\vec{t}_2(3, 1)$

De F a F_3 : $\vec{t}_3(2, -2)$

De F a F_4 : $\vec{t}_4(5, -1)$

3 Hacemos un giro de centro O que transforma M en N .

- Indica en qué puntos se transforman los puntos O , A , B , N y P .
- ¿En qué se transforma la recta que pasa por A y C ?
¿Y el triángulo OPD ?



Es un giro de centro O y $\alpha = -90^\circ$.

- $O \rightarrow O$ es el único punto doble.

$$A \rightarrow B$$

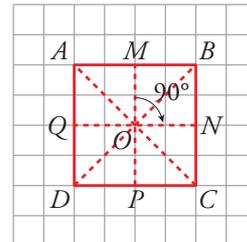
$$B \rightarrow C$$

$$N \rightarrow P$$

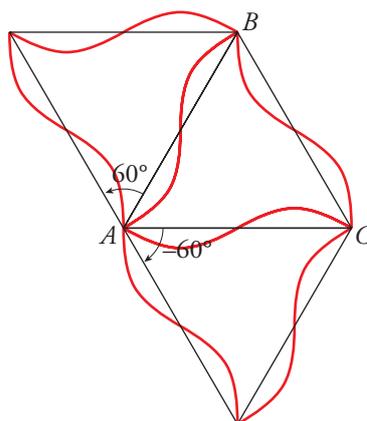
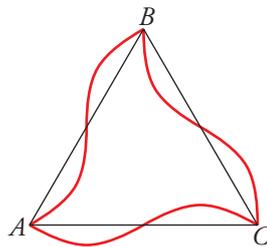
$$P \rightarrow Q$$

- Recta $AC \rightarrow$ Recta BD

$$\widehat{OPD} \rightarrow \widehat{OQA}$$



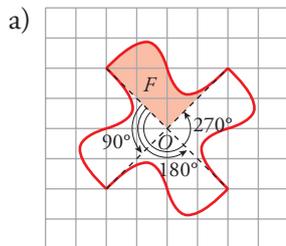
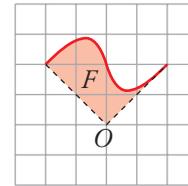
4 Dibuja las transformadas de esta figura mediante un giro de centro A y ángulo $\alpha = 60^\circ$, y otro del mismo centro y ángulo $\beta = -60^\circ$.



10 Soluciones a los ejercicios y problemas

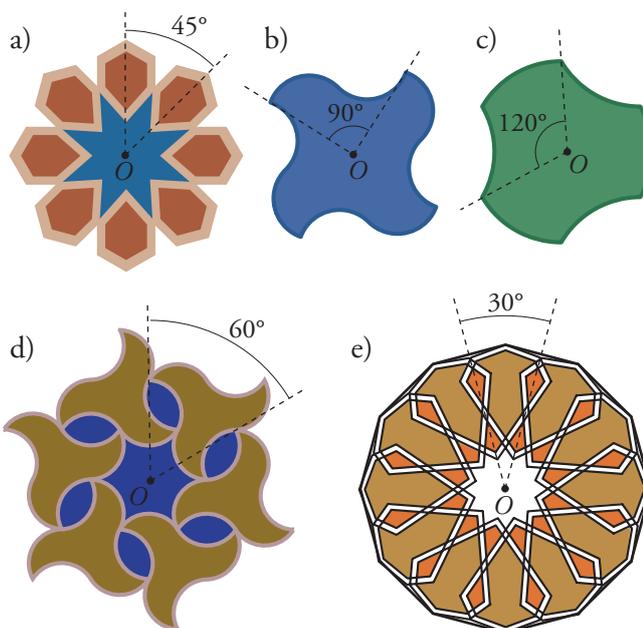
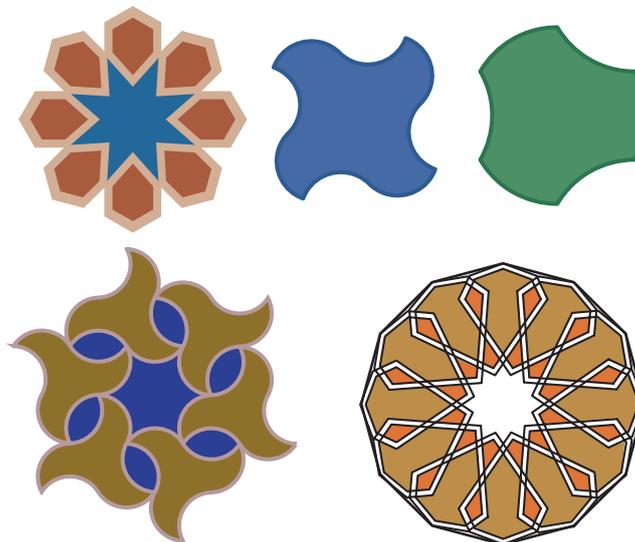
5 ■■■ Observa la figura siguiente:

- a) Representa las figuras obtenidas al hacer giros de centro O y ángulos $\alpha_1 = 90^\circ$, $\alpha_2 = 180^\circ$ y $\alpha_3 = 270^\circ$, respectivamente.
 b) ¿Cuál es el giro que transforma cualquier figura en sí misma?



b) El giro de centro O y $\alpha = 360^\circ$.

6 ■■■ Explica por qué las figuras siguientes tienen centro de giro. Halla el orden de cada uno y calcula el ángulo mínimo de coincidencia mediante giro:

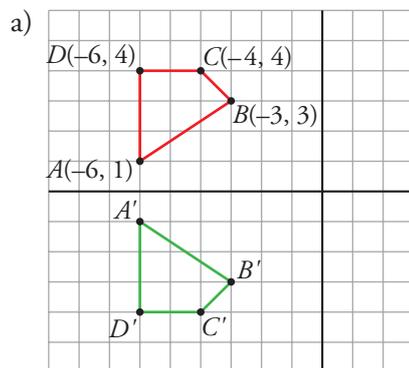
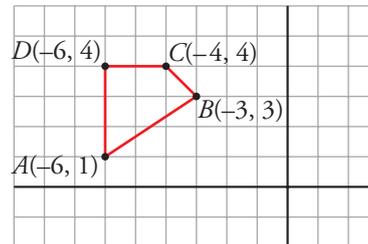


Estas figuras tienen centro de giro en O porque al girarlas alrededor de O coinciden consigo mismas varias veces.

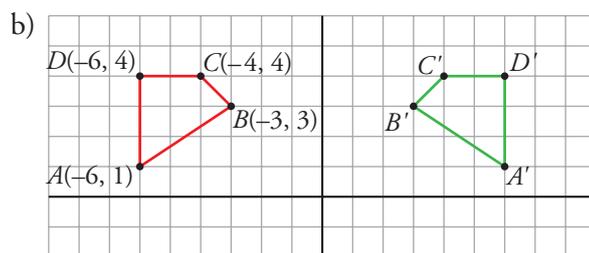
- a) $n = 8$ $\alpha = 45^\circ$
- b) $n = 4$ $\alpha = 90^\circ$
- c) $n = 3$ $\alpha = 120^\circ$
- d) $n = 6$ $\alpha = 60^\circ$
- e) $n = 12$ $\alpha = 30^\circ$

7 ■■■ Halla las coordenadas de los vértices del cuadrilátero $ABCD$, transformado mediante:

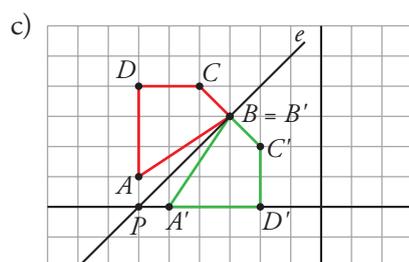
- La simetría de eje OX .
- La simetría de eje OY .
- La simetría que tiene por eje la recta que pasa por $B(-3, 3)$ y $P(-6, 0)$.
- Un punto del cuadrilátero es doble respecto de alguna de las simetrías anteriores. ¿Cuál es?



- $A'(-6, -1)$
- $B'(-3, -3)$
- $C'(-4, -4)$
- $D'(-6, -4)$



- $A'(6, 1)$
- $B'(3, 3)$
- $C'(4, 4)$
- $D'(6, 4)$

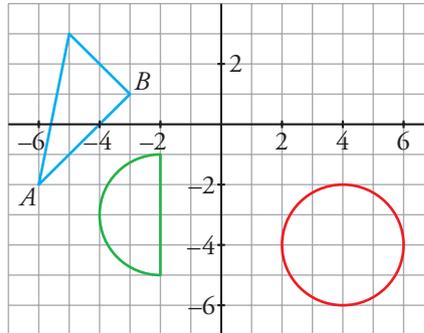


- $A'(-5, 0)$
- $B' = B$
- $C'(-2, 2)$
- $D'(-2, 0)$

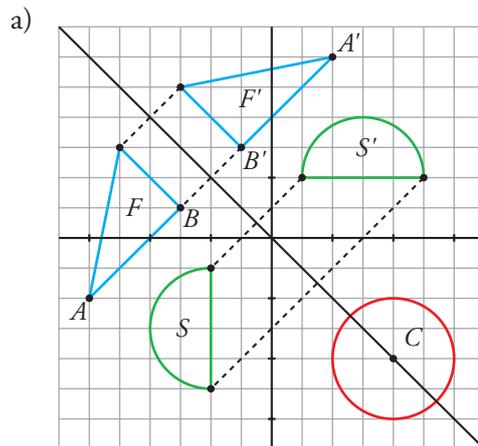
d) El vértice B es el único punto doble en la simetría de eje BP .

PÁGINA 218

8

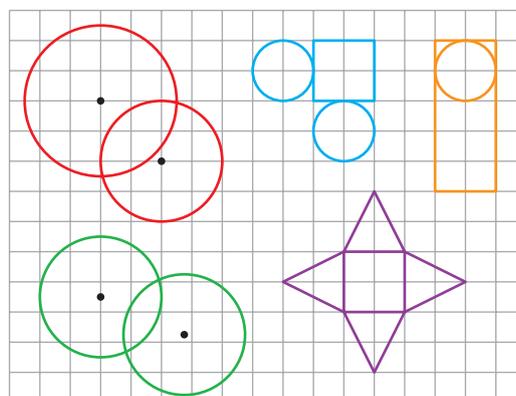


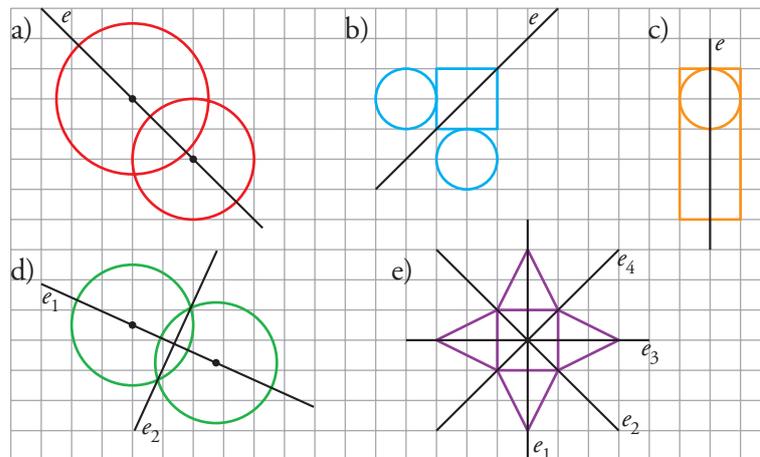
- Representa las transformadas de estas figuras mediante la simetría cuyo eje es la recta $y = -x$.
- ¿Cuál es la transformada de la recta que pasa por A y B ?
- ¿Alguna de las figuras es invariante?



- La transformada de la recta AB es la misma recta por ser perpendicular al eje.
- Es invariante la circunferencia C cuyo centro $(4, -4)$ está en el eje de simetría.

9 ¿Cuáles son los ejes de simetría de las siguientes figuras?

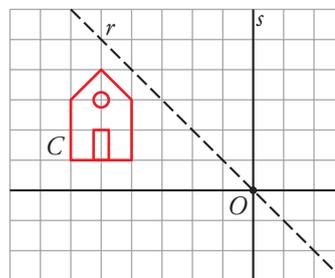




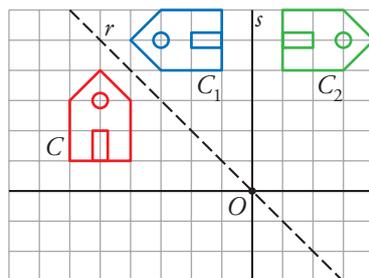
- a) Solo tiene un eje de simetría, que es la recta que une los centros.
- b) Una de las diagonales del cuadrado.
- c) Un eje de simetría.
- d) Dos ejes de simetría: la recta que une los centros y la recta que pasa por los puntos de corte de las circunferencias.
- e) Cuatro ejes de simetría.

PIENSA Y RESUELVE

10 ■ ■ ■ ■



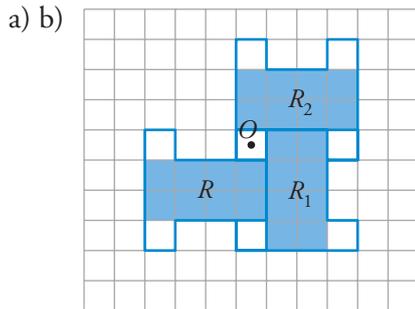
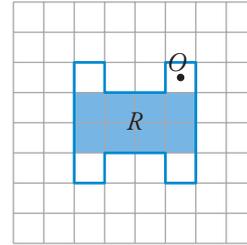
- a) Dibuja la imagen C_1 transformada de C mediante la simetría de eje r .
 - b) Dibuja C_2 , transformada de C_1 mediante la simetría de eje s .
 - c) Define el giro equivalente a la composición de las dos simetrías que transforman C en C_2 .
- a) y b)



- c) La composición de las dos simetrías es un giro de centro O y $\alpha = -90^\circ$.

10 Soluciones a los ejercicios y problemas

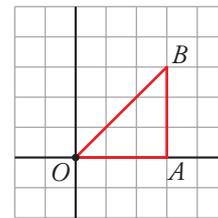
- 11** ■■■ a) Representa la figura R_1 obtenida por un giro de centro O y ángulo $\alpha = 90^\circ$.
 b) Dibuja R_2 , transformada de R_1 mediante un giro de centro O y ángulo $\alpha = 90^\circ$.
 c) ¿Cuál es el giro que permite obtener R_2 a partir de R ?
 d) ¿Qué otro movimiento permite obtener R_2 a partir de R ?



- c) El giro que permite obtener R_2 a partir de R es de centro O y $\alpha = 180^\circ$.
 d) Una traslación de vector $\vec{t}(3, 3)$.

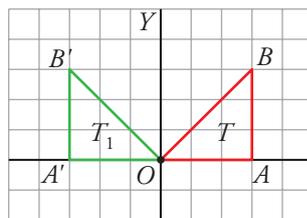
- 12** ■■■ Llamamos G a un giro de centro $O(0, 0)$ y ángulo $\alpha = -45^\circ$.
 Llamamos S a una simetría de eje OY .

- a) Transforma el triángulo OAB mediante S compuesto con G .
 b) Transforma el triángulo OAB mediante G compuesto con S . ¿Obtienes el mismo resultado que en el apartado anterior?

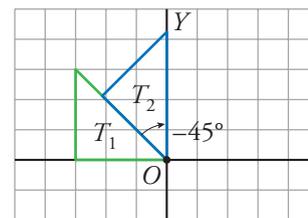


- a) Mediante la simetría S , el triángulo T se transforma en el triángulo T_1 .
 Mediante el giro G el triángulo T_1 se transforma en T_2 .

Simetría:

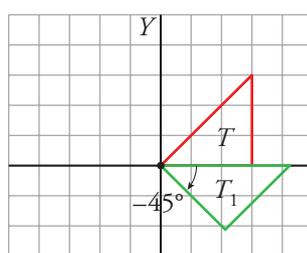


Giro:

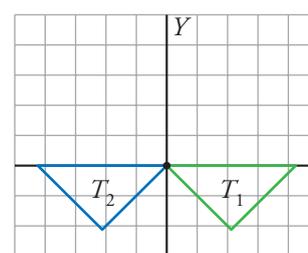


- b) Si aplicamos primero el giro, y después la simetría, obtenemos el triángulo T_2 :

Giro:



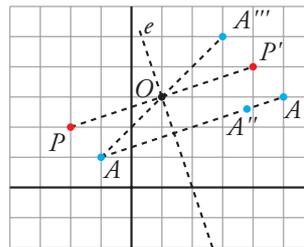
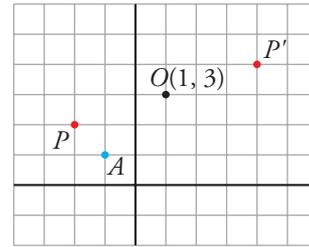
Simetría:



No obtenemos el mismo resultado.

13 Hemos transformado el punto P en P' mediante un giro de centro O y ángulo 180° .

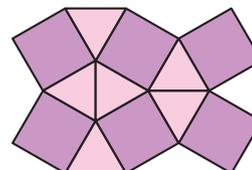
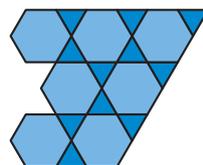
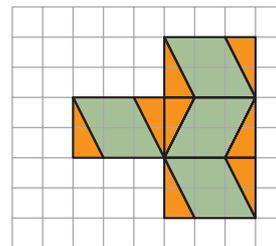
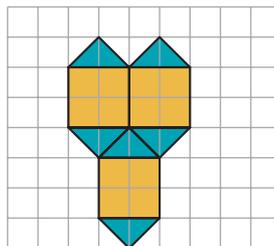
- Identifica otros tres movimientos que transformen P en P' .
- ¿Cuál es el transformado del punto A en cada uno de ellos?



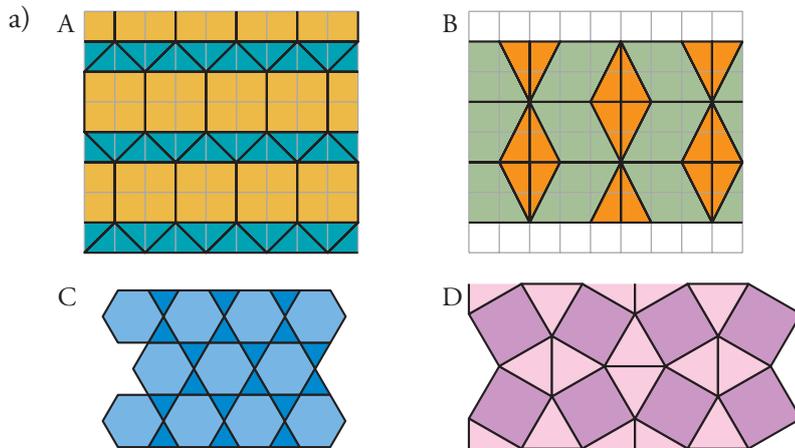
- $P \rightarrow P'$ mediante una traslación de vector $\vec{t}(6, 2)$.
 - $P \rightarrow P'$ mediante una simetría cuyo eje es la recta que pasa por O y es perpendicular a la recta que une P y P' . Su ecuación es $3x + y - 6 = 0$.
 - Mediante un giro de centro O y ángulo $\alpha = -180^\circ$.
- $A'(5, 3)$ es el transformado de A mediante la traslación $\vec{t}(6, 2)$.
 - A'' es el transformado de A mediante la simetría de eje $e: 3x + y - 6 = 0$.
 - $A'''(3, 5)$ es el transformado de A mediante el giro de centro O y $\alpha = -180^\circ$.

PÁGINA 219

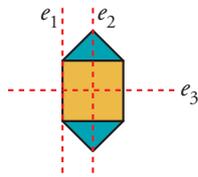
14



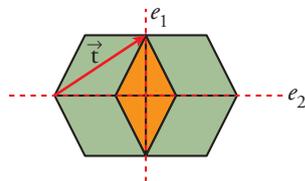
- Completa en tu cuaderno estos mosaicos.
- Identifica, en cada uno de ellos, algunos movimientos que los transformen en sí mismos.



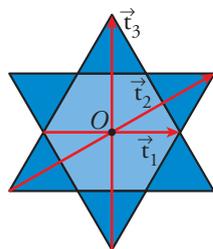
- b) A • Traslaciones de vector $\vec{t}(1, 3)$ o $\vec{t}(2, 0)$.
 • Simetrías de ejes e_1, e_2, e_3 .



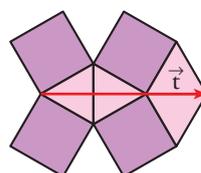
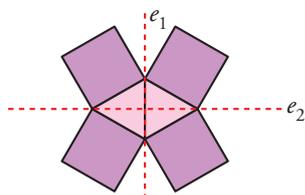
- B • Simetrías de ejes e_1 y e_2 .
 • Traslación de vector $\vec{t}(3, 2)$.



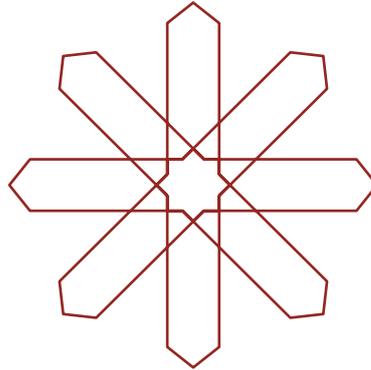
- C • Giros de centro O y ángulos $\alpha_1 = 60^\circ, \alpha_2 = 120^\circ \dots$
 • Traslación de vector $\vec{t}_1, \vec{t}_2, \vec{t}_3$.



- D • Simetrías de ejes e_1 y e_2 .
 • Traslación de vector \vec{t} .

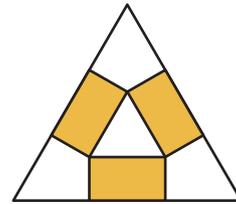


15 ■■■

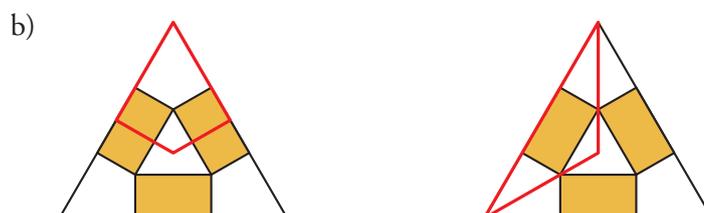
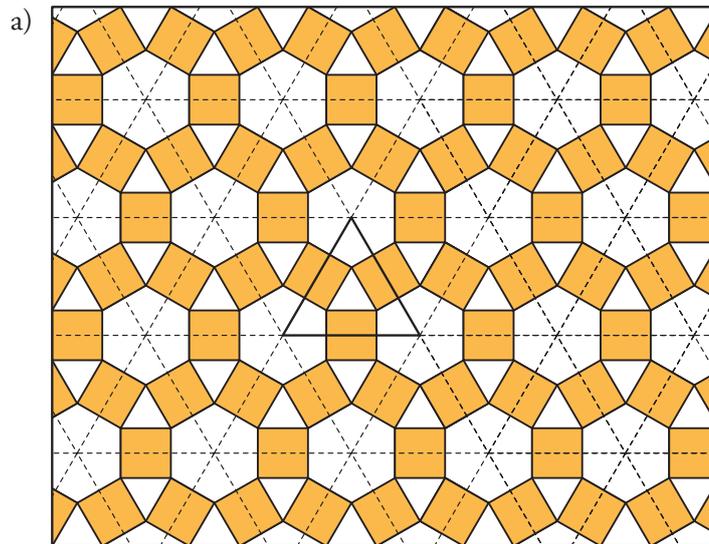


- a) ¿Cuál es el giro que deja invariante este rosetón?
 b) ¿Hay otros giros que cumplan esta condición?
- a) El giro de centro O (centro del polígono estrellado) y $\alpha = 45^\circ$.
 b) También dejan invariante la figura otros giros del mismo centro y ángulos $\alpha_1 = 90^\circ$, $\alpha_2 = 180^\circ$, $\alpha_3 = -45^\circ \dots$

16 ■■■ a) Construye un mosaico utilizando piezas como esta:



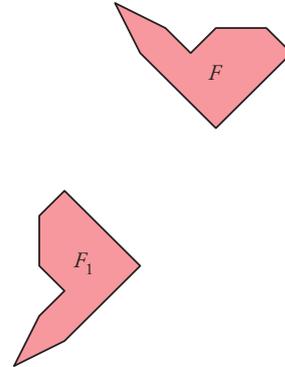
- b) ¿Podrías descomponerla en piezas más pequeñas que nos permitan construir el mismo mosaico?



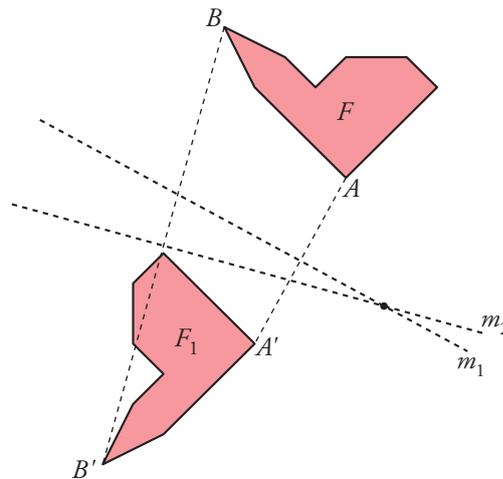
REFLEXIONA SOBRE LA TEORÍA

17 ■■■ La figura F_1 es la transformada de F mediante un giro.

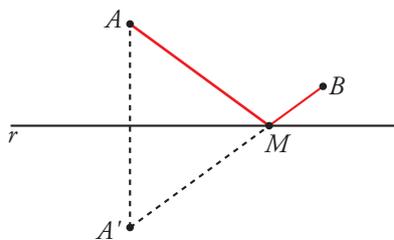
¿Cómo podemos localizar el centro de ese giro?
Explica el procedimiento.



- Procedimiento para obtener el centro de giro O :
Unimos A con su correspondiente A' y trazamos la mediatriz del segmento AA' , m_1 .
Unimos otro punto B con su correspondiente B' y trazamos la mediatriz de BB' , m_2 .
El punto donde se cortan ambas mediatrices es el centro de giro O .



18 ■■■ Para hallar el camino más corto que une los puntos A y B entre sí y con la recta r , buscamos el punto A' y lo unimos con B .



El camino más corto es AMB . ¿Qué movimiento hemos hecho para obtener A' ?
 A' es el simétrico de A respecto de la recta r .
De esa forma la recta r es mediatriz del segmento AA' y por ello $AM = A'M$.

10 Soluciones a los ejercicios y problemas

19 ■■■ Se dice que una transformación \mathcal{T}' es inversa de otra \mathcal{T} cuando compuesta con ella da lugar a la identidad (es decir, si aplicamos \mathcal{T} y después \mathcal{T}' , todo vuelve a donde estaba).

Encuentra la transformación inversa en cada uno de los siguientes casos:

- a) Una traslación de vector $\vec{t}(-5, 2)$.
- b) Un giro de centro $O(0, 0)$ y ángulo $\alpha = -45^\circ$.
- c) Una simetría de eje la recta $y = x$.
- a) Una traslación de vector $\vec{t}(5, -2)$.
- b) Un giro de centro $O(0, 0)$ y ángulo $\alpha = 45^\circ$.
- c) Es inversa de sí misma: una simetría de eje la recta $y = x$.

20 ■■■ La composición de transformaciones no cumple la propiedad conmutativa (es decir, $\mathcal{T}_2 \circ \mathcal{T}_1$, en general, es distinto que $\mathcal{T}_1 \circ \mathcal{T}_2$). Sin embargo, si las transformaciones son de ciertos tipos, sí se cumple la propiedad conmutativa.

Justifica en cuáles de los siguientes casos es así y en cuáles no:

- a) Composición de dos traslaciones.
 - b) Composición de dos giros del mismo centro.
 - c) Composición de dos simetrías axiales.
 - d) Composición de una traslación y un giro.
- a) Sí es conmutativa. El resultado es otra traslación de vector igual al vector suma de los correspondientes a las dos traslaciones.
 - b) Sí es conmutativa. El resultado es otro giro del mismo centro y ángulo igual a la suma de los ángulos correspondientes a los dos giros.
 - c) No es conmutativa.
 - d) No es conmutativa.