Página 12

1 **Un joyero consigue una rebaja de 140 € en la compra de 16 broches iguales, cuyo precio, según el catálogo, es de 87,5 € cada unidad. ¿A cuánto debe vender cada uno si desea obtener una ganancia total de 500 €?**

Los 16 broches valen → 16 · 87,5 = 1 400 €

Los 16 broches le cuestan → 1 400 – 140 = 1 260 €

Para ganar 500 € debe recaudar → 1 260 + 500 = 1 760 €

El precio de venta final debe ser de → 1 760 : 16 = 110 €

2 **Un automóvil y un camión parten simultáneamente de una población, por la misma carretera, pero en sentidos opuestos. La velocidad del coche es de 120 km/h, y la del camión es de 90 km/h. ¿Qué distancia los separa al cabo de 10 minutos?**

Se alejan uno del otro a una velocidad de ⟶ 120 + 90 = 210 km/h

10 min = 1/6 de hora

En 1/6 de hora se distancian ⟶ 210 · 1/6 = 35 km

3 **Dos ciclistas parten del mismo lugar, a la misma hora y en el mismo sentido. Sus velocidades respectivas son de 30 km/h y 24 km/h. ¿Qué ventaja le sacará el primero al segundo cuando haya transcurrido una hora y cuarenta minutos?**

Los ciclistas se distancian
a una velocidad de ⟶ 30 – 24 = 6 km/h

$1 \text{ h } 40 \text{ min} = 1 \text{ h} + \frac{4}{6} \text{ h} = \frac{10}{6} \text{ h} = \frac{5}{3} \text{ h}$

En $\frac{5}{3}$ h se distancian ⟶ $6 \cdot \frac{5}{3} = 10$ km

4 **Marta compra tres tortas, y Beatriz, dos. Cuando van a merendar, se les une su amiga Verónica, que no trae tortas. A la hora de compartir gastos, a Verónica le toca poner 5 €. ¿Cómo se repartirán esos 5 € Marta y Beatriz?**

Como tienen 5 tortas, a cada una le toca 5/3 de torta.

Marta aporta para Verónica $3 - \frac{5}{3} = \frac{4}{3}$ de torta.

Beatriz aporta para Verónica $2 - \frac{5}{3} = \frac{1}{3}$ de torta.

Los 5 € que paga Verónica los deben repartir proporcionalmente a 4/3 y a 1/3.

Por tanto, 4 € para Marta y 1 € para Beatriz.

5 **La media de las edades de Rosa, Carol y Pilar es de 12 años. ¿Cuál será la media si incluimos, además, a Pepa, la hermana de Carol, que tiene 16 años?**

Entre las tres primeras suman ⟶ 12 · 3 = 36 años

Entre las cuatro suman ⟶ 36 + 16 = 52 años

La edad media es ⟶ 52 : 4 = 13 años

6 **Un grupo de 17 chicas y chicos de la misma edad organizan un gran viaje. A la reunión inicial acuden los padres y las madres de todos ellos, cuya edad media es de 45 años. Pero si consideramos al grupo formado por padres, madres e hijos, la edad media es de 35 años. ¿Qué edad tienen los chicos y las chicas?**

Entre padres y madres suman ⟶ $45 \cdot 17 \cdot 2 = 1\,530$ años

Entre madres, padres e hijos suman ⟶ $35 \cdot 17 \cdot 3 = 1\,785$ años

Solo los hijos suman ⟶ $1\,785 - 1\,530 = 255$ años

Cada hijo tiene ⟶ $255 : 17 = 15$ años

7 **Un granjero, tras recoger en una cesta su cosecha de huevos, piensa:**

— Si los envaso por docenas, me sobran 5.

— Si tuviera uno más, podría envasarlos, exactamente, en cajas de 10.

— Casi he recogido 100.

¿Cuántos huevos recogió el granjero?

Considerando los puntos tercero y segundo, puede tener 79 u 89 o 99.

Eliminamos 5 huevos de cada uno de estos grupos (por el punto primero):

74 84 94

La única cantidad que resulta ser múltiplo de 12 es 84.

Por tanto, el granjero recogió 89 huevos.

8 **Fátima ha invitado a diez amigos a su fiesta de cumpleaños. Después de merendar, propone un acertijo con premio:**

> "Se llevará la caja de bombones quien averigüe, sin abrirla, cuántos bombones contiene. Os doy tres pistas:
> • Hay menos de cinco docenas.
> • Están ordenados en filas de nueve.
> • Si se repartieran entre todos los presentes, sobraría uno".

¿Cuántos bombones contiene la caja?

Las pistas de Fátima se traducen en lo siguiente:

- Hay menos de 60 bombones.
- El número de bombones es un múltiplo de 9.
  Pueden ser 54, 45, 36, 27, 18 y 9.
- El número de bombones es una unidad mayor que un múltiplo de 11.
  Solo 45 cumple esta última condición (44 es múltiplo de 11).

9 **Los participantes en un desfile pueden agruparse, para desfilar, de 3 en 3, de 5 en 5 o de 25 en 25, pero no pueden hacerlo ni de 4 en 4 ni de 9 en 9. ¿Cuál es el número de participantes si sabemos que está entre 1 000 y 1 250?**

El número de participantes es un múltiplo de $3 \cdot 25 = 75$ (ten en cuenta que 25 es múltiplo de 5).

Los múltiplos de 75 comprendidos entre 1 000 y 1 250 son:

1 050 1 125 1 200

1 050 no es múltiplo ni de 4 ni de 9.

1 125 es múltiplo de 9.

1 200 es múltiplo de 4.

Por tanto, el número de participantes es de 1 050.

10 **Dos hermanos rancheros se reparten una herencia a partes iguales. El primero invierte su parte en la compra de una manada de 80 caballos. El segundo compra, con la suya, un rebaño de 100 vacas. Un caballo cuesta 150 € más que una vaca. ¿A cuánto ascendía la herencia?**

$$\left.\begin{array}{l}\text{80 caballos} = \text{80 vacas} + 80 \cdot 150 \text{ €} = \text{80 vacas} + 12\,000 \text{ €} \\ \text{80 caballos} = \text{100 vacas} = \text{80 vacas} + \text{20 vacas}\end{array}\right\}$$

Por tanto, 20 vacas = 12 000 €.

1 vaca cuesta 12 000 : 20 = 600 €.

1 caballo cuesta 600 + 150 = 750 €.

$$\left.\begin{array}{l}\text{100 vacas valen 60 000 €.} \\ \text{80 caballos valen 60 000 €.}\end{array}\right\} \text{La herencia asciende a } 60\,000 + 60\,000 = 120\,000 \text{ €.}$$

11 **Un camionero presupuesta cierta cantidad de dinero para el gasto de carburante en un recorrido de 600 km. Sin embargo, una rebaja en el precio del gasóleo le supone un ahorro de 0,14 € por kilómetro, lo que le permite realizar un recorrido de 750 km con el mismo gasto. ¿Cuál fue la cantidad presupuestada para carburante?**

En 600 km ahorra $0{,}14 \cdot 600 = 84$ €.

Ahora hace 750 km; es decir, $750 - 600 = 150$ km más.

Con 84 € hace 150 km. Ahora, cada kilómetro le cuesta $84 : 150 = 0{,}56$ €.

La cantidad presupuestada es de $750 \cdot 0{,}56 = 420$ €.

Página 13

12 **Un grupo de amigos entra en una cafetería. Todos piden café, y la quinta parte de ellos pide, además, un bollo. Un café cuesta 0,85 €, y un bollo, 1,10 €. Para pagar, entregan al camarero 11 €. ¿Han dejado propina? Si es así, ¿de cuánto ha sido?**

Como se dice que la quinta parte pide un bollo, el número de amigos es un múltiplo de 5.

Si fuesen 5, las consumiciones habrían costado $5 \cdot 0{,}85 + 1{,}10 = 5{,}35$ € (cantidad muy alejada de 11 €).

Si fuesen 10 amigos, el precio de las consumiciones habría sido 5,35 · 2 = 10,70 €, muy próximo a 11 €.

Por lo tanto, han dejado una propina de 11 – 10,70 = 0,30 € = 30 céntimos.

13 **Un grupo de amigos va a comer a un restaurante chino. Cada dos comparten un plato de arroz; cada tres, uno de salsa, y cada cuatro, uno de carne. En total se sirvieron 65 platos. ¿Cuántos amigos fueron a comer?**

El número de personas tiene que ser múltiplo de 2, de 3 y de 4. El mínimo común múltiplo de estos números es 12.

Probamos con 12:

12 : 2 = 6 platos de arroz

12 : 3 = 4 platos de salsa

12 : 4 = 3 platos de carne

Si fuesen 12, el total de platos sería 6 + 4 + 3 = 13.

Pero tomaron 65 platos, y 65 : 13 = 5. Es decir, tomaron 5 veces 13 platos.

Por tanto, el número de comensales es 12 · 5 = 60.

14 **En un salón de té solo se sirve té y tarta. Cada té vale 1,10 €, y cada ración de tarta, 2,10 €. Varios amigos realizan, todos ellos, la misma consumición. La cuenta asciende a un total de 30,10 €. ¿Cuántos eran? ¿Qué tomó cada uno?**

Un té vale 110 céntimos y una ración de tarta, 210 céntimos.

El total de la factura asciende a 3 010 céntimos.

Hemos de buscar posibles consumiciones cuyo coste total sea divisor de 3 010.

N.° DE CONSUMICIONES		COSTE TOTAL (en céntimos)	¿ES DIVISOR DE 3 010?
1	1 té + 1 pasta	110 + 210 = 320	No
2	1 té + 2 pastas 2 tés + 1 pasta	110 + 420 = 530 220 + 210 = 430	No Sí

3 010 : 430 = 7

Así pues, 7 eran los amigos y cada uno consumió dos tés y un trozo de tarta.

Otra forma de resolverlo

Consideramos, en lugar de céntimos, decenas de céntimos.

Un té vale 11 decenas de céntimos, y una ración de tarta, 21. La cuenta asciende a 310 decenas de céntimos.

Descomponemos: 301 = 7 · 43 = 7 · (2 · 11 + 21)

Así es fácil verlo: 7 amigos tomaron 2 tés y 1 ración de tarta cada uno

15 **Un automovilista que conduce a 90 km/h ve un tren que se acerca en sentido contrario por una vía paralela.**

El tren está compuesto, entre vagones y máquina, por 18 unidades.

Cada unidad tiene una longitud de unos 15 metros.

El tren tarda en pasar ante los ojos del automovilista, desde la locomotora a la cola, 6 segundos.

¿Sabrías tú, con esos datos, calcular la velocidad del tren?

La longitud del tren es de $15 \cdot 18 = 270$ metros.

La velocidad de cruce es de $270 : 6 = 45$ m/s = 162 km/h.

La velocidad de cruce es la suma de velocidades del automóvil y del tren.

Por tanto, el tren lleva una velocidad de $162 - 90 = 72$ km/h.

16 **Un ciclista sube un puerto a una velocidad de 8 km/h. Y baja la misma distancia a 24 km/h. ¿Cuál ha sido el promedio de velocidad en todo el recorrido?**

Empezamos suponiendo que la distancia, desde el inicio hasta el puerto, es de 24 km (elegimos 24 porque es múltiplo común de 8 y 24; así las cuentas saldrán "redondas").

En subir tardaría $24 : 8 = 3$ horas.

En bajar tardaría $24 : 24 = 1$ hora.

En total tardaría 4 h para recorrer 48 km. La velocidad media es de $48 : 4 = 12$ km/h.

Consideremos una distancia cualquiera, a la que llamaremos $24k$.

En subir tardaría $24k : 8 = 3k$ horas.

En bajar tardaría $24k : 24 = k$ horas.

En total tardaría $4k$ horas para recorrer $48k$ kilómetros. La velocidad media es de $48k : 4k = 12$ km/h.

Otra forma de hacerlo:

Supongamos que la distancia, desde el inicio hasta el puerto, es d.

En subir tardaría $d : 8$ horas.

En bajar tardaría $d : 24$ horas.

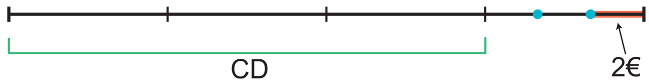
En hacer el recorrido total tardaría $\frac{d}{8} + \frac{d}{24} = \frac{3d + d}{24} = \frac{4d}{24} = \frac{d}{6}$ horas.

La distancia del recorrido total es $d + d = 2d$ kilómetros.

La velocidad media es $\frac{2d}{d/6} = 12$ km/h.

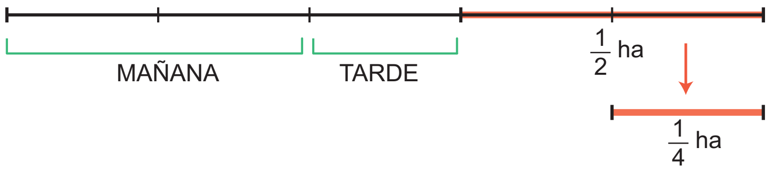
Haz un esquema

17 **He gastado en un CD las tres cuartas partes del dinero que llevaba. Después, he ido al cine y me he gastado dos tercios de lo que me quedaba y aún tengo 2 €. ¿Cuánto llevaba al principio?**



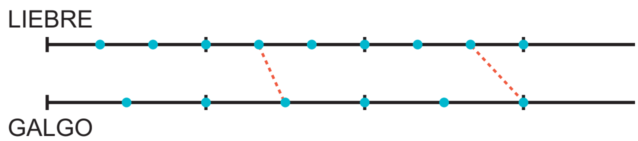
Llevaba, en total, $(2 \cdot 3) \cdot 4 = 24$ €.

18 **Un labrador ara por la mañana dos quintas partes de un campo. Por la tarde, vuelve al trabajo y ara un tercio de lo que le quedaba. Sabiendo que aún falta por arar media hectárea, ¿cuál es la superficie del campo?**



La superficie total del campo es de $\frac{5}{4}$ ha = 125 áreas.

19 **Una liebre aventaja en 12 de sus saltos al galgo que la persigue. Dos saltos de galgo equivalen, en longitud, a tres de liebre. El galgo tarda en dar tres saltos lo mismo que la liebre en dar cuatro. ¿Cuántos saltos dará la liebre antes de ser alcanzada?**

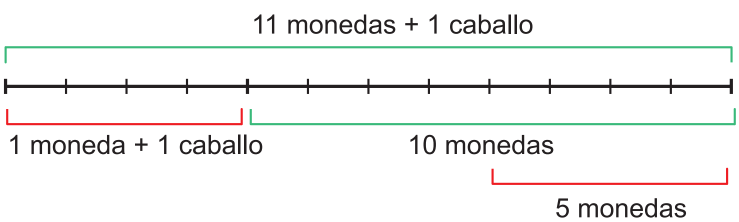


Así serían las cosas si la liebre y el galgo compitieran en una carrera con salida simultánea. Cuando el galgo da 6 saltos, aventaja a la liebre en 1 salto de liebre (la liebre da 8 saltos en el mismo tiempo).

Para recortar los 12 saltos en que aventaja la liebre al galgo, el galgo necesita dar $12 \cdot 6 = 72$ saltos.

Estos 72 saltos los da el galgo en el mismo tiempo que la liebre da $72 \cdot \frac{8}{6} = 96$ de los suyos.

20 **Un hacendado contrata a un sirviente por un sueldo anual de once monedas de oro y un caballo. A los cuatro meses, el sirviente se despide, recibiendo el caballo y una moneda. ¿Cuál era el valor del caballo?**

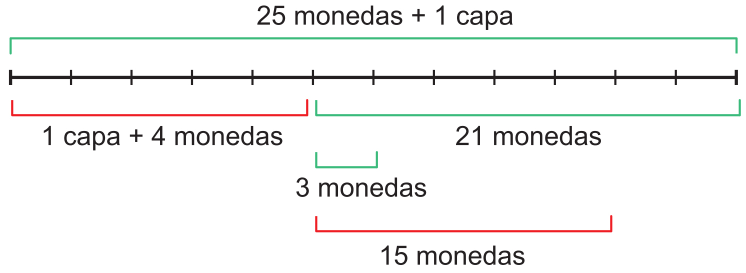


"5 monedas" equivalen a "1 caballo + 1 moneda".

Por tanto, un caballo tiene el valor de 4 monedas.

Página 14

21 **Un hacendado contrata a un sirviente por un sueldo anual de una capa y 25 monedas de oro. A los cinco meses se despide, y recibe como pago la capa y cuatro monedas. ¿En cuántas monedas de oro está valorada la capa?**

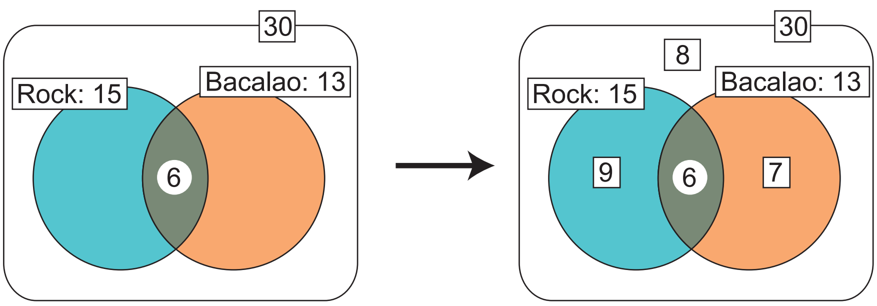


En los 7 meses que le quedaban, habría ganado 21 monedas. Es decir, 3 monedas cada mes. En 5 meses habría ganado 15 monedas.

"15 monedas" equivalen a "4 monedas + 1 capa".

Por tanto, una capa vale 11 monedas.

22 **De 30 jóvenes a los que se entrevistó en una sala de baile, 15 declararon ser aficionados al rock, y 13, al bacalao. De ellos, 6 aseguraron ser aficionados a ambos ritmos musicales. ¿Cuántos no son aficionados ni a lo uno ni a lo otro?**



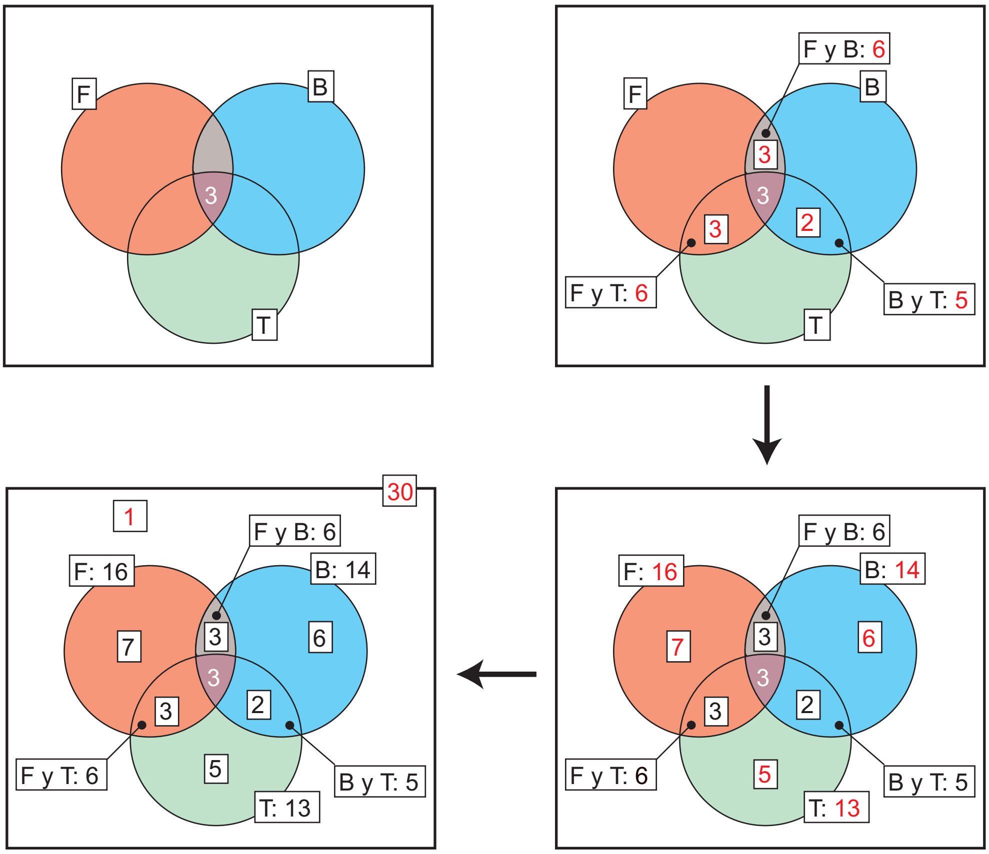
Como hay 6 a quienes les gusta el rock y el bacalao, a los chicos y a las chicas que les gusta uno de los dos estilos o ambos a la vez son: $15 + 13 - 6 = 22$.

Como en total hay 30, a quienes no les gusta ni lo uno ni lo otro son $30 - 22 = 8$.

23 **Una encuesta realizada entre los 30 alumnos y alumnas de una clase arroja los siguientes datos:**

- **16 practican fútbol; 14, baloncesto, y 13, tenis.**
- **6 practican fútbol y baloncesto, 6 practican fútbol y tenis y 5 practican baloncesto y tenis.**
- **3 practican los tres deportes.**

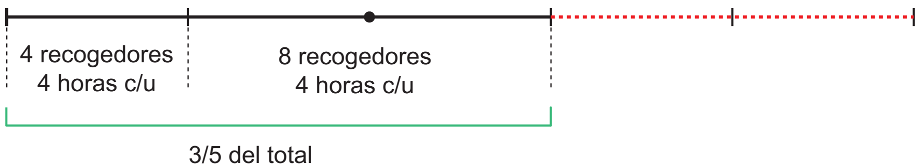
¿Cuántos de esos 30 chicos y chicas no practican ni fútbol, ni baloncesto ni tenis?



Siguiendo paso a paso los diagramas, está claro que el número de chicos y chicas que practica uno o dos o los tres deportes es: $3 + (3 + 3 + 2) + (7 + 6 + 5) = 29$.

Como son 30 en total, solo uno de ellos no practica ningún deporte.

24 **Una cuadrilla de 4 recogedores de aceituna trabaja 4 horas por la mañana en un campo de olivos. Por la tarde, se les unen otros 4 recogedores y trabajan todos juntos otras cuatro horas. Al final del día, se han recogido las tres quintas partes del campo. ¿Cuánto tardarán 4 recogedores en rematar la faena?**

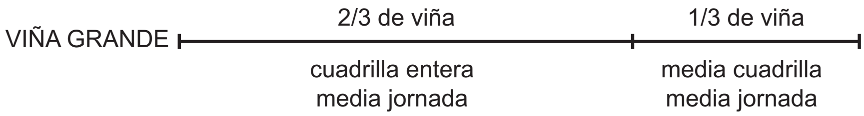


$\frac{1}{5}$ de la tarea lo hacen 4 recogedores en 4 horas.

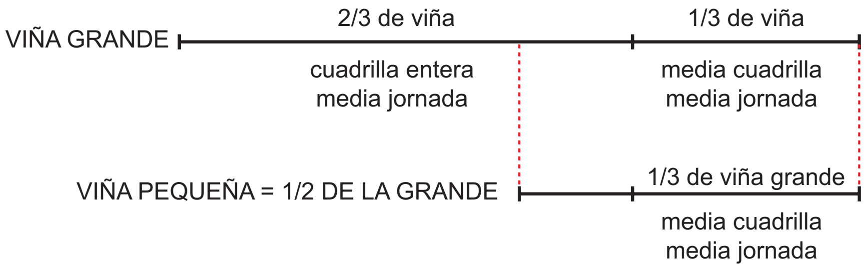
Los $\frac{2}{5}$ que faltan lo harán 4 recogedores en 8 horas.

25 **Una cuadrilla de vendimiadores trabaja media jornada en una viña. Por la tarde, la mitad pasa a otra viña, que es la mitad de grande que la anterior, y todos trabajan hasta el final de la jornada. De esta forma, han terminado de vendimiar la viña grande y queda un trozo de la pequeña, que acaba un solo vendimiador en una jornada completa. ¿Cuántas personas componen la cuadrilla?**

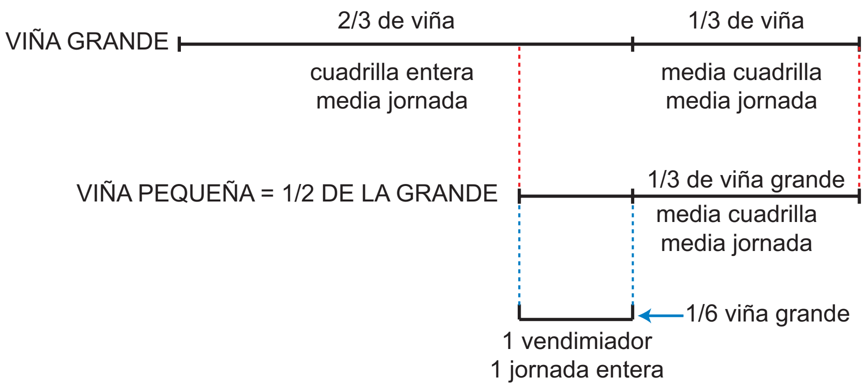
La viña grande se vendimia por la cuadrilla entera durante media jornada y por media cuadrilla otra media jornada. Es decir, por la mañana vendimian dos tercios de la viña grande y, por la tarde, el tercio que queda.



La media cuadrilla que pasa a la pequeña, vendimia en media jornada lo que la otra mitad de la cuadrilla; es decir, lo equivalente a 1/3 de la viña grande. Y la viña pequeña es la mitad de la grande.



Lo que queda, que es equivalente a 1/6 de la grande, lo acaba un jornalero en 8 horas, al día siguiente.



Se concluye que cada sexta parte de la grande necesita un vendimiador un día entero. Es decir, 6 vendimiadores para la viña grande.

Lo que vendimian por la tarde de la pequeña es lo equivalente a 1/3 de la grande. Es decir, otros dos vendimiadores.

Por tanto, la cuadrilla está compuesta por 8 personas.

Haz un esquema

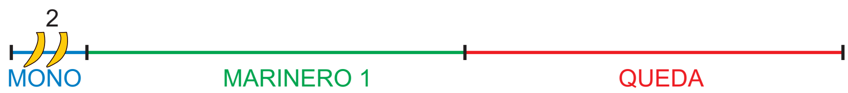
26 **Al naufragar su barco, dos marineros y su mono llegan a una isla desierta. Como no tienen nada que comer, recogen plátanos y se van a dormir.**

Por la noche, un marinero se despierta, da dos plátanos al mono y se come la mitad de los restantes. Después, se despierta el otro marinero, que también da dos plátanos al mono, hace tres partes con los que quedan y se come dos de esas partes. Por la mañana, se reparten, entre los tres, los plátanos que quedan.

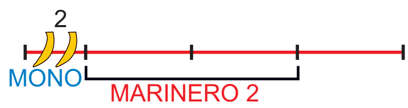
En ningún momento ha sido necesario partir ningún plátano.

¿Cuál es el número mínimo de plátanos que podrían haber recogido? ¿Cuántos plátanos se ha comido cada uno?

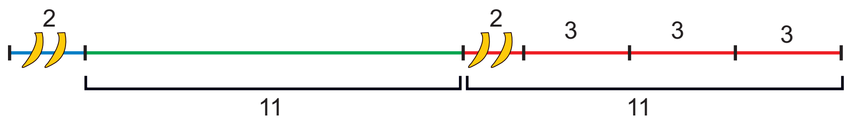
Se levanta el marinero 1:



Se levanta el marinero 2:



El número de plátanos que queda tiene que ser múltiplo de 3, ya que se los reparten entre los dos marineros y el mono. El más pequeño de esos múltiplos es 3. Ahora, vamos rellenando con números los gráficos hacia atrás:



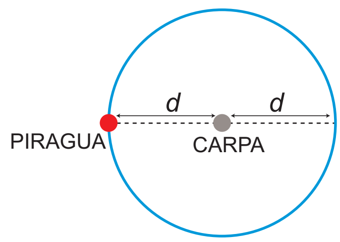
El número mínimo de plátanos es 11 + 11 + 2 = 24.

El marinero que se despierta en primer lugar se ha comido 12 plátanos; el otro marinero, 7, y el mono, 5.

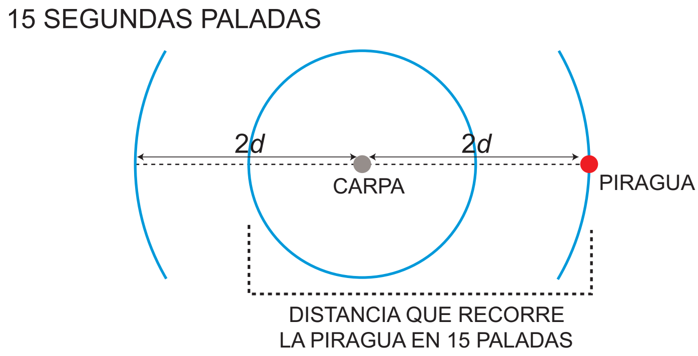
27 **Un piragüista avanza por un lago de aguas tranquilas cuando, a cierta distancia, delante de él, salta una carpa. En 15 paladas alcanza la onda creada por el salto y, en otras 15, vuelve a alcanzarla para abandonar el círculo en expansión. ¿A cuántas paladas se encontraba la piragua de la carpa cuando esta saltó?**

Cuando la piragua alcanza la onda, esta se había separado del salto de la carpa una cierta distancia *d*, y el piragüista había dado 15 paladas.

15 PRIMERAS PALADAS

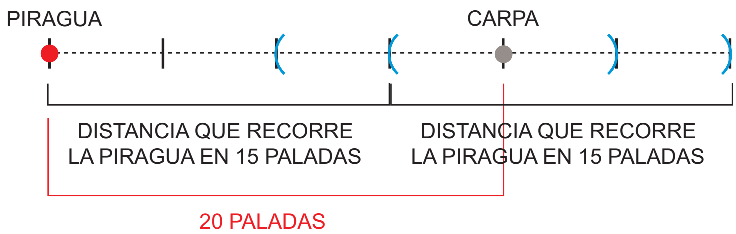


En otras 15 paladas, la onda recorre una distancia igual a la anterior, d, mientras que la piragua la alcanza:



Así, la piragua avanza una distancia $3d$ cada 15 paladas.

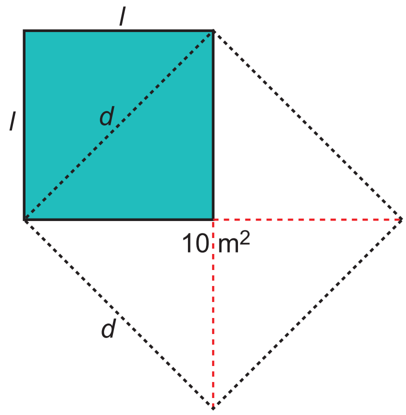
Si deshacemos el camino hecho por la piragua, y marcamos la distancia que recorrió en sus primeras 15 paladas…



llegamos a la conclusión de que la piragua se encontraba a 20 paladas de la carpa cuando esta saltó.

Página 15

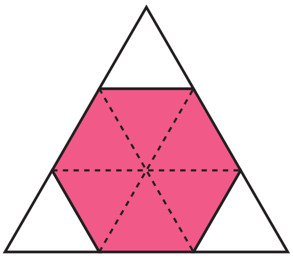
28 **Calcula el área de un cuadrado cuya diagonal coincide con el lado de otro cuadrado de 10 m² de superficie.**



- El área del cuadrado de lado d es $A_1 = d^2 = 10\ m^2$.
- El área del cuadrado de lado l es la mitad del área del cuadrado de lado d. Por tanto: $A_2 = l^2 = 10 : 2 = 5\ m^2$.

El área del cuadrado de lado l es de $5\ m^2$.

29 **Cortando las esquinas de un triángulo equilátero se puede obtener un hexágono regular. ¿Cuál será el área de ese hexágono si la del triángulo original era de 90 m²?**



El hexágono ocupa $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ del área del triángulo.

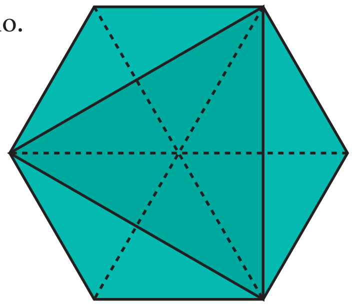
Por tanto, su área es $A = \frac{2}{3} \cdot 90 = 60\ m^2$.

30 **Tres de los vértices de un hexágono regular coinciden con los vértices de un triángulo equilátero de 20 cm² de superficie. ¿Cuál es la superficie del hexágono?**

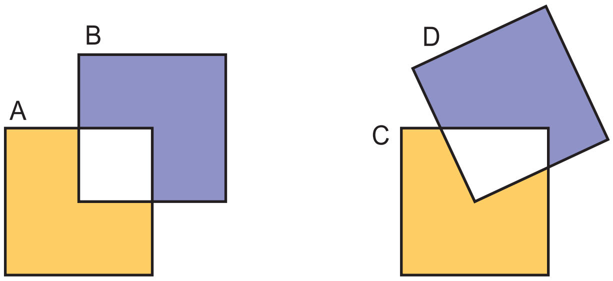
El área del triángulo es la mitad del área del hexágono.

Por tanto:

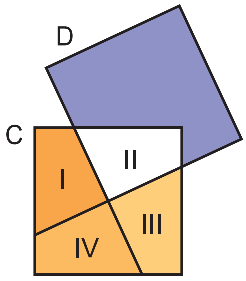
Área del hexágono $= 20 \cdot 2 = 40\ cm^2$



31 **El cuadrado A contiene un 25% del cuadrado B.**

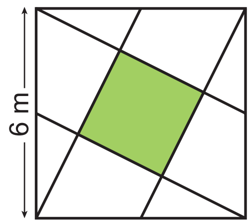


¿Qué porcentaje del cuadrado D contiene el cuadrado C?

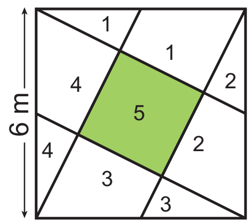


Las cuatro zonas (I, II, III y IV) en que se ha dividido el cuadrado D son iguales.
Así, el cuadrado C contiene la cuarta parte del cuadrado D; es decir, el 25%.

32 **Calcula la superficie del cuadrado verde.**



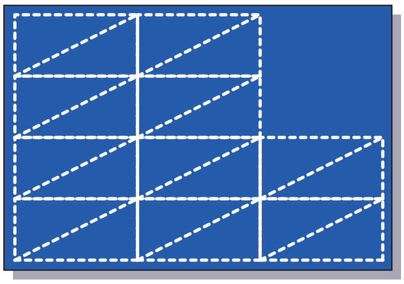
Vemos claramente que el cuadrado grande está formado por cinco cuadrados iguales, uno de los cuales es el verde.



La superficie del cuadrado grande es $6^2 = 36 \text{ m}^2$.

La superficie del cuadrado verde será $\dfrac{36}{5} = 7{,}2 \text{ m}^2$.

33 **Recorta 20 triángulos iguales que tengan catetos de longitud 2 cm y 1 cm. El problema consiste, ahora, en ponerlos unos junto a otros, de modo que entre todos formen un cuadrado. La cosa parece fácil, pero no lo es tanto.**

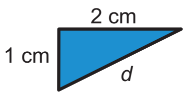


- ¿Qué dimensiones tendrá el cuadrado que debemos construir?

  El área total del cuadrado es de 20 cm^2 (la suma de todos los triangulitos).

  Por tanto, el lado del cuadrado será $l = \sqrt{20} = \sqrt{4 \cdot 5} = 2\sqrt{5}$ cm.

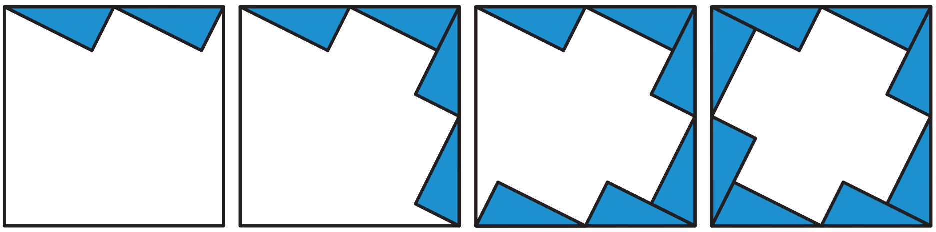
- Veamos cuánto mide la hipotenusa de cada triangulito:

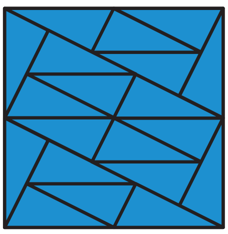


$$d = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5} \text{ cm}$$

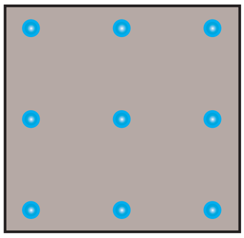
Observamos que el lado del cuadrado buscado es dos hipotenusas de triangulito.

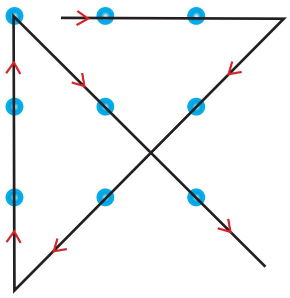
- Para construir el cuadrado, colocamos dos hipotenusas de triangulitos sobre cada uno de sus lados. El resto es fácil:



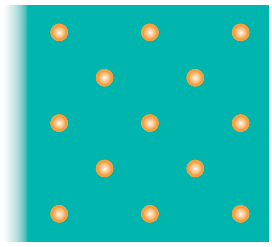


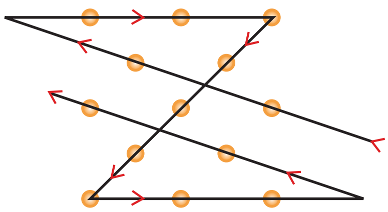
34 Pasa por encima de estos nueve puntos mediante una línea quebrada de cuatro segmentos.





35 Traza una línea quebrada de cinco segmentos que pase por estos trece puntos.

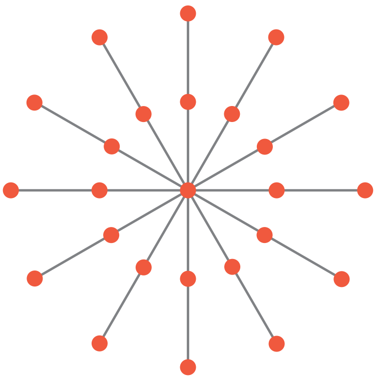


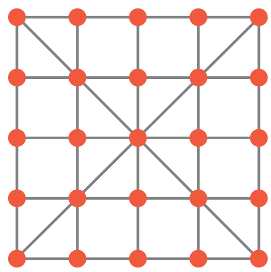


36 Aquí tienes un problema y la solución que ha encontrado Andrés para él:

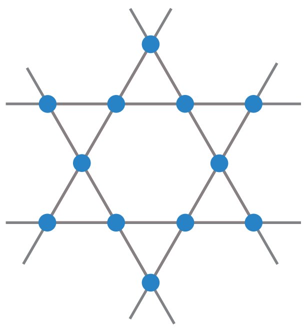
"Si tuviésemos veinticinco soldaditos de plomo, ¿cómo formaríamos con ellos seis filas de cinco soldaditos cada una?".

Sin embargo, Susana ha dispuesto los 25 soldados de modo que el número de filas, con 5 soldados en cada una, son muchas más de seis. ¿Te atreves a probar?

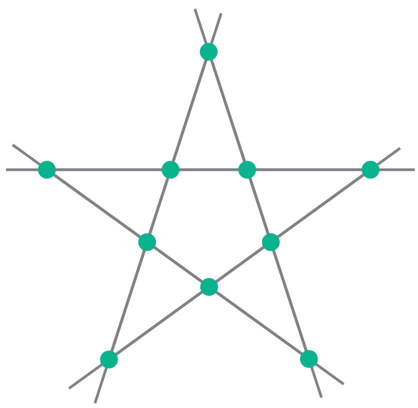




37 Sitúa 12 soldaditos sobre una mesa de modo que haya 6 filas de 4 soldados.



38 Sitúa 10 soldaditos sobre una mesa de modo que haya 5 filas de 4 soldados.



Página 16

39 **Un repartidor lleva en su camión siete cajas de refrescos llenas, siete medio llenas y siete vacías. Si desea repartir su mercancía en tres supermercados dejando en cada uno el mismo número de refrescos y el mismo número de cajas, ¿cómo debe hacer el reparto? Supón que tiene mucha prisa y no quiere andar cambiando botellas de una cajas a otras. ¿Cómo se las arreglará?**

Una caja llena más una caja vacía equivalen a dos cajas medio llenas.

Por tanto, el repartidor tiene lo equivalente a $3 \cdot 7 = 21$ cajas medio llenas. En cada supermercado debería dejar lo equivalente a 7 cajas medio llenas.

Si en cada uno de los dos primeros supermercados deja:

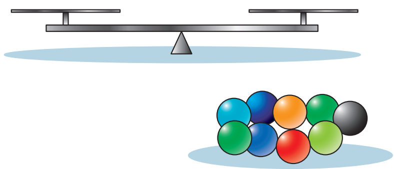
3 cajas llenas	3 cajas vacías	1 caja medio llena

que son como 7 medio llenas, lo que queda, seguro que sirve para el tercero:

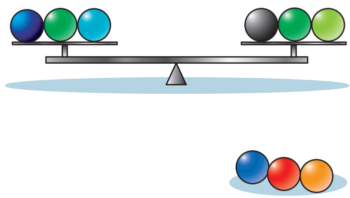
$7 - 6 = 1$ caja llena	$7 - 6 = 1$ caja vacía	$7 - 2 = 5$ cajas medio llenas

que también equivalen a 7 cajas medio llenas.

40 **Estas nueve bolas de billar tienen exactamente el mismo tamaño y todas pesan lo mismo salvo una, que pesa un poco más.**



¿Cuántas pesadas necesitarías hacer para descubrir, con absoluta seguridad, cuál es la bola que más pesa?

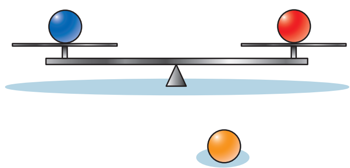


Colocamos tres bolas en cada plato y dejamos tres fuera.

Si pesa más el plato de la izquierda, o el de la derecha, aquí está la bola buscada.

Si pesan lo mismo, la bola buscada es una de las tres que hemos dejado fuera.

En cualquiera de los casos tenemos tres bolas, una de las cuales es la buscada. Ahora, procedemos análogamente.



Colocamos una bola en cada platillo. La que pese más es la buscada.

Si pesan igual, entonces la bola más pesada es la que hemos dejado fuera.

Tantea, organiza, combina…

41 **a) Estás junto a una fuente y dispones de una jarra de 5 litros y de otra de 3 litros. ¿Cómo te las arreglarías para medir exactamente un litro de agua?**

b) Y si ahora llenas dos cántaros, uno de 7 litros y otro de 5, ¿cómo harías para medir 4 litros de agua?

c) ¿Y cómo medirías 3 litros de agua si tienes dos cántaros, uno de 9 litros y otro de 5 litros?

a)

3		5
3	3	0
0		3
3	2	3
1		5

Se llena la de 3 litros.	Hay 3 y 0 litros.
El contenido de la de 3 litros se vierte en la de 5 litros.	Hay 0 y 3 litros.
Se vuelve a llenar la de 3 litros.	Hay 3 y 3 litros.
Con el contenido de la de 3 se completa la de 5 litros.	Hay 1 y 5 litros.

En la jarra de 3 litros queda 1 litro, lo que queríamos medir.

b)

5		7
0	5	7
5		2
0	2	2
2		0
2	3	7
5		4

Se llena el de 7 litros.	Hay 0 y 7 litros.
Con el contenido del de 7 se llena el de 5 litros.	Hay 5 y 2 litros.
Se vacía el de 5 litros.	Hay 0 y 2 litros.
Se vierten los 2 litros que hay en el de 7 en el de 5 litros.	Hay 2 y 0 litros.
Se vuelve a llenar el de 7 litros.	Hay 2 y 7 litros.
Con el de 7 litros se completa el de 5 litros.	Hay 5 y 4 litros.

Así, en el cántaro de 7 litros quedan los 4 litros que queríamos medir.

c)

5		9
0	5	9
5		4
0	4	4
4		0
4	1	9
5		8
0	5	8
5		3

Se llena el de 9 litros.	Hay 0 y 9 litros.
Con el contenido del de 9 se llena el de 5 litros.	Hay 5 y 4 litros.
Se vacía el de 5 litros.	Hay 0 y 4 litros.
Se vierten los 4 litros que hay en el de 9 en el de 5 litros.	Hay 4 y 0 litros.
Se vuelve a llenar el de 9 litros.	Hay 4 y 9 litros.
Se completa el de 5 con un litro del de 9 litros.	Hay 5 y 8 litros.
Se vacía el de 5 litros.	Hay 0 y 8 litros.
Se llena el de 5 litros con el contenido del de 9 litros.	Hay 5 y 3 litros.

En el cántaro de 9 litros quedan los 3 litros que queríamos medir.

42 **a) Tienes cuatro pesas de 1 kg, 2 kg, 4 kg y 8 kg y una báscula de dos platillos. Comprueba que con ellas puedes realizar cualquier pesada de un número entero de kilos entre 1 kg y 15 kg.**

b) Si añades una pesa de 16 kg, ¿hasta qué pesada puedes realizar? ¿Qué pesas debes poner para pesar 21 kg? ¿Y para pesar 29 kg?

c) ¿Qué pesas más deberías tener para poder pesar, al menos, 120 kg? Con esas pesas, ¿cuál es la mayor pesada que puedes realizar? ¿Qué pesas debes poner para pesar 113 kg?

a) Marcamos en esta tabla las pesas que se pueden poner en uno de los platillos para conseguir las distintas pesadas, desde 1 kg hasta 15 kg.

PESO	1 kg	2 kg	4 kg	8 kg
1 kg	×			
2 kg		×		
3 kg	×	×		
4 kg			×	
5 kg	×		×	
6 kg		×	×	
7 kg	×	×	×	
8 kg				×
9 kg	×			×
10 kg		×		×
11 kg	×	×		×
12 kg			×	×
13 kg	×		×	×
14 kg		×	×	×
15 kg	×	×	×	×

b) Añadiendo una pesa de 16 kg se pueden pesar desde 1 kg hasta 15 + 16 = 31 kg.

Para pesar 21 kg, se pueden poner, en uno de los platillos, las pesas de 16, 4 y 1 kilos: 16 + 4 + 1 = 21.

Para pesar 29 kg, se pueden poner, en uno de los platillos, las pesas de 16, 8, 4 y 1 kilos: 16 + 8 + 4 + 1 = 29.

c) Después de 16, la siguiente potencia de 2 es 32, y como 31 + 32 = 63, no llegamos a los 120.

La siguiente potencia de 2 es 64, y como 63 + 64 = 127, con esta ya se consigue llegar a los 120.

Habría que añadir, por tanto, las pesas de 32 kg y de 64 kg.

Tenemos, pues, las pesas 1, 2, 4, 8, 16, 32 y 64, con las que podríamos pesar hasta 127 kg.

Para pesar 113 kg, habría que poner: 113 = 64 + 32 + 16 + 1

96 (faltan 17)

112 (falta 1)

43 **a) Tienes pesas de 1 kg, 3 kg y 9 kg y una báscula de dos platillos. Comprueba que puedes realizar cualquier pesada entera de 1 a 13 kg (puedes poner pesas en los dos platillos).**

b) Si añades una pesa de 27 kg, ¿cuál es la mayor pesada que puedes realizar? ¿Cómo pesarías 22 kg?

c) ¿Cuál es la siguiente pesa que añadirías a esta colección: 1, 3, 9, 27, …?

a) Podemos realizar pesadas desde 1 hasta 13 kg poniendo pesas en uno y otro platillo.

PESO	EN UN PLATILLO	EN EL OTRO PLATILLO
1 kg	1	
2 kg (2 = 3 – 1)	3	1
3 kg	3	
4 kg (4 = 3 + 1)	3 + 1	
5 kg (5 = 9 – 3 – 1)	9	3 + 1
6 kg (6 = 9 – 3)	9	3
7 kg (7 = 9 – 3 + 1)	9 + 1	3
8 kg (8 = 9 – 1)	9	1
9 kg	9	
10 kg (10 = 9 + 1)	9 + 1	
11 kg (11 = 9 + 3 – 1)	9 + 3	1
12 kg (12 = 9 + 3)	9 + 3	
13 kg (13 = 9 + 3 + 1)	9 + 3 + 1	

b) $1 + 3 + 9 + 27 = 40$ kg es la máxima pesada que se puede hacer.

$22 = 27 - 9 + 3 + 1$

c) Las pesas que tenemos son las sucesivas potencias de 3:

$$3^0 = 1, \quad 3^1 = 3, \quad 3^2 = 9, \quad 3^3 = 27$$

La siguiente sería $3^4 = 81$. Con ellas (1, 3, 9, 27, 81), poniendo pesas en uno o en los dos platillos, podremos realizar cualquier pesada de un número entero de kilos hasta $1 + 3 + 9 + 27 + 81 = 121$ kg.

Tantea, organiza, combina…

44 a) Tienes estas tres monedas:

¿Cuántas cantidades de dinero distintas puedes formar con ellas?

b) ¿Y si tuvieras estas cinco monedas?

c) Y si las monedas fueran estas:

¿Cuántas cantidades distintas de dinero podrías formar?

a) Puedes poner una moneda y obtendrías:

 0,10 €;  0,20 € y  0,50 €

Con dos monedas, obtendrías:

 0,10 + 0,20 = 0,30 €

 0,10 + 0,50 = 0,60 €

0,20 + 0,50 = 0,70 €

Con tres monedas, obtendrías:

0,10 + 0,20 + 0,50 = 0,80 €

En total, son 7 cantidades distintas de dinero.

Si añadimos la cantidad 0 € (no tenemos ninguna moneda) serían 8 posibles cantidades.

b) Tomando una moneda, hay 5 posibilidades, una por cada moneda. Tomando dos monedas hay 10 posibilidades:

 10 cént. + 20 cént.	 20 cént. + 50 cént.	 50 cént. + 1 €	 1 € + 2 €
 10 cént. + 50 cént.	 20 cént. + 1 €	 50 cént. + 2 €	
 10 cént. + 1 €	 20 cént. + 2 €		
 10 cént. + 2 €			

Tomando tres monedas, hay 10 posibilidades:

 10 cént. + 20 cént. + 50 cént.	 10 cént. + 50 cént. + 1 €	 10 cént. + 1 € + 2 €
 10 cént. + 20 cént. + 1 €	 10 cént. + 50 cént. + 2 €	
 10 cént. + 20 cént. + 2 €		

 20 cént. + 50 cént. + 1 €	 20 cént. + 1 € + 2 €	 50 cént. + 1 € + 2 €
 20 cént. + 50 cént. + 2 €		

Tomando cuatro monedas, hay 5 posbilidades:

 10 cént. + 20 cént. + 50 cént. + 1 €
 10 cént. + 20 cént. + 50 cént. + 2 €
 10 cént. + 20 cént. + 1 € + 2 €
 10 cént. + 50 cént. + 1 € + 2 €
 20 cént. + 50 cént. + 1 € + 2 €

Tomando las cinco monedas hay 1 posibilidad.

En total hay 31 posibilidades.

Si tomamos la cantidad 0 € (ninguna moneda) hay 32 posibilidades.

c) La menor cantidad de dinero que se puede formar con estas monedas es 10 céntimos, y la mayor, 190 céntimos (10 cént. + 10 cént. + 20 cént. + 50 cént. + 1 €).

Se pueden formar todos los múltiplos de 10 entre esas cantidades:

10 céntimos → moneda de 10 cént.

20 céntimos → moneda de 20 cént.

30 céntimos → 20 + 10

40 céntimos → 20 + 10 + 10

50 céntimos → moneda de 50 cént.

60 céntimos → 50 + 10

70 céntimos → 50 + 20

80 céntimos → 50 + 20 +10

90 céntimos → 50 + 20 + 10 + 10

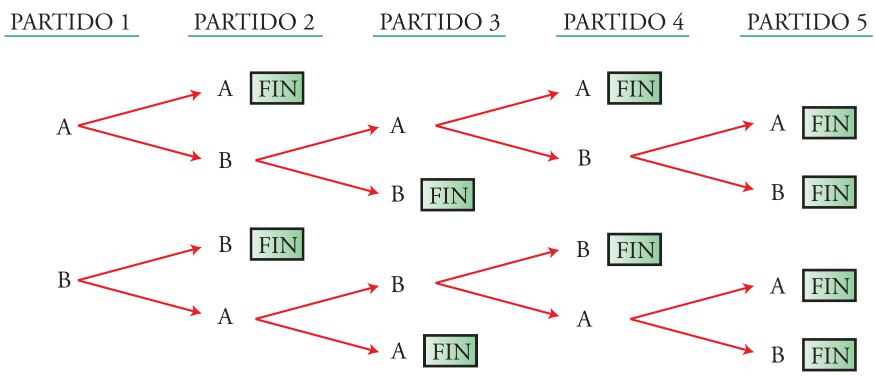
100 céntimos → 1 €

45 **Ana y Begoña son las finalistas de un torneo de tenis. Gana el torneo quien venza en dos partidos consecutivos o en tres alternos.**

Averigua todas las posibilidades que pueden darse.

¿Cuántos partidos, como máximo, tendrán que disputar para acabar el torneo?

En el siguiente diagrama, A significa "gana Ana" y B significa "gana Begoña".



Página 17

46 **Anselmo va a freír tres filetes. Cada uno ha de estar en la sartén cinco minutos por cada cara. Pero en la sartén solo caben dos. ¿Cómo debe hacerlo para tardar el menor tiempo posible?**

Pone dos filetes, A y B, durante 5 minutos.

Saca uno de ellos, A, da la vuelta al otro, B, y pone el tercero, C, durante 5 minutos.

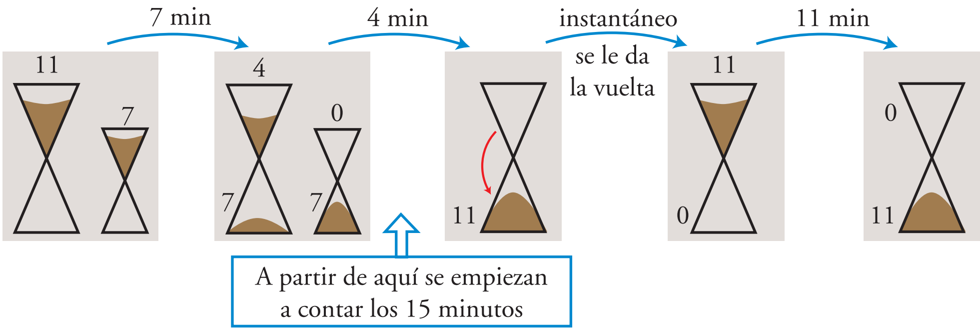
Saca el B (ya está hecho por las dos caras), da la vuelta al C, y pone el A por la cara cruda. Otros 5 minutos. Ya están los tres. Ha tardado 15 minutos.

47 **Anselmo ha de tener en el horno un pollo durante 15 minutos exactamente. Pero se le ha estropeado el reloj. Dispone de dos relojes de arena que miden 11 minutos y 7 minutos, respectivamente.**

¿Cómo cronometrará con ellos los 15 minutos?

Solución sencilla

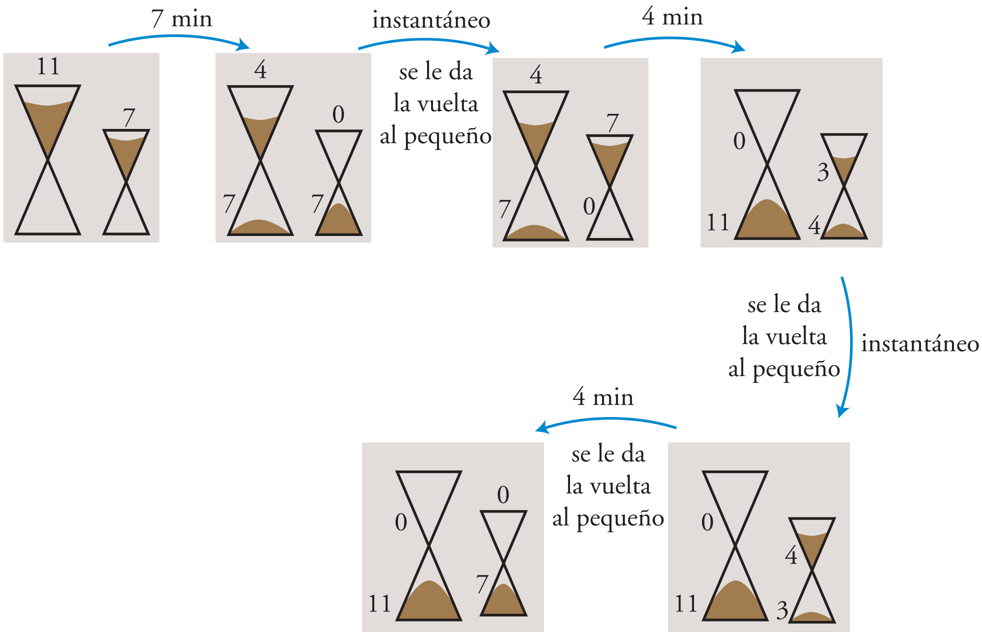
Deja caer la arena en los dos relojes a la vez. Cuando el de 7 minutos haya terminado, en el de 11 minutos queda arena para 4 minutos. Vuelca el reloj para que no corra ni un segundo de esos 4 minutos, pone el pollo al horno y endereza el reloj. Cuando acabe la arena (4 minutos después) da la vuelta al reloj y contabiliza los 11 minutos restantes.



En esta solución hay que preparar los relojes para poder cronometrar los 15 minutos. Esa preparación lleva 7 minutos.

¿Qué pasaría si Anselmo tuviese prisa y quisiera empezar ya la preparación del pollo?

Veamos esta **solución más compleja:**



48 **Ahora Anselmo ha de cronometrar los 45 minutos que tarda en hacerse un potaje. Para ello, dispone de dos mechas. Cada una de ellas tarda 1 h en consumirse. Pero la velocidad con que se consumen es irregular (es decir, en 1/4 de hora no tiene por qué gastarse 1/4 de la longitud de la mecha). Aun así, consigue cronometrar con ellas los 45 minutos. ¿Cómo lo hace?**

Si una mecha se prende simultáneamente por los dos extremos se consume en media hora. Por tanto, prendemos simultáneamente la mecha A por los dos extremos y la mecha B por uno de ellos. En el momento en que A se haya consumido, queda media hora en la mecha B. Si se prende ahora también por el otro extremo se consumirá en la mitad de tiempo: en un cuarto de hora.

Por tanto, el proceso dura 45 minutos.

49 **Anselmo está en su casa de campo. Quiere saber la hora y no dispone de televisión, ni radio, ni teléfono: solo de un reloj de pared que se le ha parado, pero puede ponerlo en marcha dándole cuerda. Va a casa de su amiga Rosa, que está a unos 3 km de distancia y en la que hay otro reloj como el suyo. Pasa un rato charlando con ella y, a la vuelta, pone el reloj en hora con razonable precisión.**

Para ello, ¿qué otras cosas ha hecho que no se describen aquí?

Anselmo, antes de salir, le da cuerda a su reloj y lo pone a una hora cualquiera, por ejemplo, a las 12 h, y se va inmediatamente. Cuando llega a casa de Rosa se fija en la hora que marca su reloj. Por ejemplo, las 5 h 40 min. Cuando va a salir vuelve a mirar la hora; por ejemplo, las 7 h 05 min. Por tanto, ha estado en casa de Rosa 1 h 25 min. Cuando llega a su casa, su reloj marca, por ejemplo, las 2 h y 55 min.

Echemos cuentas:

Está fuera de casa	2 h 55 min
Está en casa de Rosa	1 h 25 min
Está andando	1 h 30 min

Por tanto, cada tramo, ida y vuelta, le lleva 45 min.

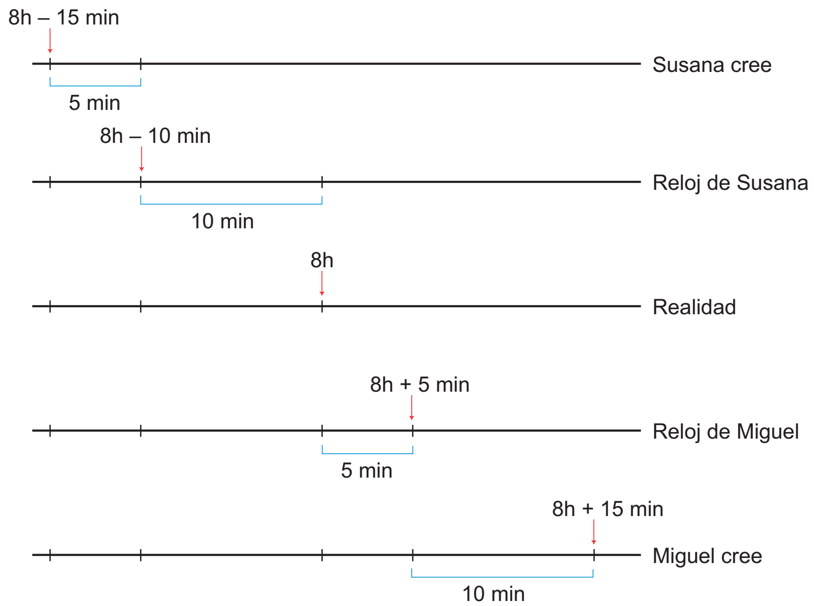
Como salió de casa de Rosa a las 7 h 05 min, cuando llega a su casa son las 7 h 50 min. Ahora puede poner su reloj en hora.

50 **El reloj de una torre tarda 15 segundos en dar las seis. ¿Cuánto tardará en dar las doce?**

Entre la primera y la sexta campanadas hay 5 intervalos de tiempo. Los 15 segundos se reparten entre 5 y, así, se obtienen 3 segundos entre campanada y campanada.

Por lo tanto, para dar las 12 (11 intervalos de tiempo) el reloj tarda $11 \cdot 3 = 33$ segundos.

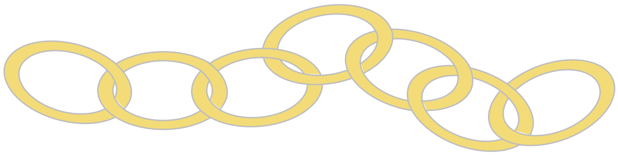
51 **Susana y Miguel conciertan una cita a las ocho de la tarde. El reloj de Susana está atrasado 10 minutos, pero ella cree que está adelantado 5 minutos. El reloj de Miguel está adelantado 5 minutos, pero él cree que está atrasado 10 minutos. ¿A qué hora real llega cada uno a la cita?**



Miguel llegará a la cita 15 minutos antes, a las 8 menos cuarto (8 h – 15 min), y Susana llegará 15 minutos tarde, a las 8 y cuarto (8 h + 15 min).

Pura lógica

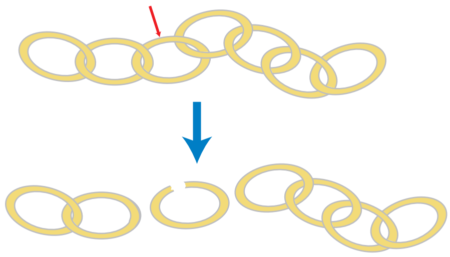
52 **Una chica se queda sin dinero para pagar la pensión en la que se hospeda. No recibirá dinero hasta dentro de siete días. Tiene una pulsera con 7 eslabones que el hostelero admite como pago de esos siete días.**



No se fían cada uno del otro: el hospedero no consiente en que tenga ninguna deuda y ella no quiere pagar nada por adelantado. Convienen, como pago, un eslabón al día.

¿Cuántos eslabones debe partir para poder pagar uno al día? (Se supone que quiere estropear lo menos posible su pulsera).

Con partir un eslabón es suficiente: el tercero.



La entrega de eslabones sería como se indica en la siguiente tabla, en la que hemos llamado:

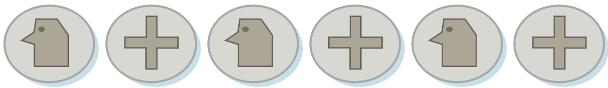
Eslabón suelto: 1

Dos eslabones unidos: 2

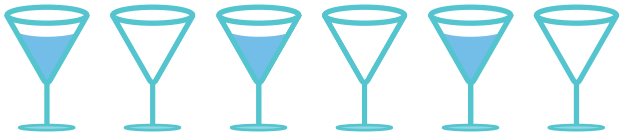
Cuatro eslabones unidos: 4

	LA CHICA ENTREGA	EL HOSTELERO DA A LA CHICA	A LA CHICA LE QUEDA	EL HOSTELERO TIENE EN TOTAL
PRIMER DÍA	1		2 + 4	1
SEGUNDO DÍA	2	1	1 + 4	2
TERCER DÍA	1		4	1 + 2
CUARTO DÍA	4	1 + 2	1 + 2	4
QUINTO DÍA	1		2	1 + 4
SEXTO DÍA	2	1	1	2 + 4
SÉPTIMO DÍA	1		0	1 + 2 + 4

53 a) **¿Cuántas de estas monedas hemos de tocar para que las tres caras estén a la izquierda y las tres cruces a la derecha?**



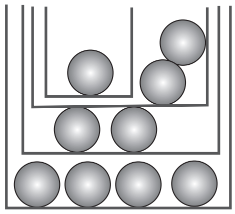
b) **¿Cuántas de estas copas hemos de tocar para que queden tres llenas a la izquierda y tres vacías a la derecha?**



a) Da la vuelta a las monedas que están en las posiciones segunda y quinta.

b) Toma la quinta copa y vierte su contenido en la segunda.

54 **Después de la clase de educación física hemos guardado en 4 cajas los 9 balones que teníamos. Cada caja contiene un número impar de balones y en ningún caso coinciden el número de balones de dos cajas. ¿Cómo es posible?**



55 **Te han asignado una habitación del sexto piso de una casa sin ascensor. Hay tres interruptores, I, II y III, en la planta baja, uno de los cuales enciende la bombilla de tu habitación. ¿Cómo averiguas cuál es el interruptor de tu bombilla si solo subes una vez a hacer comprobaciones (es decir, manipulas los interruptores, subes, observas y deduces, sin ninguna duda, cuál de los tres es el interruptor que corresponde a tu bombilla)?**

I	II	III

Enciende el interruptor I, lo mantienes encendido 5 minutos y lo apagas.

Luego enciendes el interruptor II, subes y tocas la bombilla.

Si la bombilla está caliente y apagada, tu interruptor es el I.

Si la bombilla está encendida, tu interruptor es el II.

Si la bombilla está apagada y fría, tu interruptor es el III.